Bölüm 4

Görüntü Bölütleme

4.1. Giriş

Görüntü iyileştirme ve görüntü onarmadan farklı olarak görüntü bölütleme, görüntü analizi ile ilgili bir problem olup görüntü işlemenin gösterim ve tanılama aşamalarına görüntüyü hazırlama işlemidir. Bu anlamda görüntü bölütleme, bir görüntüyü her biri içerisinde farklı özelliklerin tutulduğu anlamlı bölgelere ayırmak olarak tarif edilebilir. Bu özellikler örneğin, görüntü içerisindeki benzer parlaklıklar olabilir ve bu parlaklıklar ilgili görüntünün farklı bölgelerindeki nesneleri temsil edebilir. Görüntü içerisinde aynı parlaklıklara sahip nesne parçacıklarının belirlenmesi, sınıflandırma ve tanılama amacı için kullanılabilir. Unutulmamalıdır ki, tüm görüntülere uygulanabilecek genel (universal) bir bölütleme yöntemi yoktur ve hiçbir bölütleme yöntemi mükemmel değildir. Başka bir deyişle, görüntü iyileştirme ve onarma problemlerinde olduğu gibi görüntü bölütleme için tasarlanan yöntemler ve bu yöntemlerin başarımları, görüntüden görüntüye ve uygulamaya dayalı olarak değişiklik arz eder.

Genel olarak gri-ton görüntüler için bölütleme algoritmaları, gri seviye değerlerinin iki temel özelliğinden birine dayalı olarak tasarlanırlar. Bu özellikler, görüntü içerisindeki gri seviye değerlerindeki süreksizlik (discontinuity) ve benzerlik (similarity) ile ilgilidir.

Dr. Aydın Kızılkaya

- Gri seviye değerlerindeki süreksizliklere göre görüntü bölütleme problemindeki temel yaklaşım, gri seviyelerdeki ani değişiklere dayalı olarak bir görüntüyü bölmelemektir ki bu aşama bir görüntüdeki kenar ve ayrıntıların belirlenmesine (edge detection) karşı düşer.
- Gri seviye değerlerindeki benzerliklere göre görüntü bölütleme ise, bölge bölütlemesi (region segmentation) olarak adlandırılır ve eşikleme (thresholding), büyütme (growing), ve yarma - kaynaştırma (split- and -merge) işlemlerine dayalı olarak gerçekleştirilir.

Piksellerin gri seviye değerlerindeki benzerlik veya farklılıklara dayalı olarak bir görüntünün bölütlenmesi kavramı hem durağan (static) hem de dinamik (zamanla değişen) görüntülere uygulanabilir.

4.2. Kenar belirleme (ayrıt sezme)

Kenar belirleme, görüntü işlemede temel öneme sahip konulardan birisidir. Bir görüntüdeki kenar, aydınlatma veya yüzey yansımaları gibi bir görüntünün fiziksel görünüşünde oluşan önemli bir değişime karşı düşer ki bu değişim kendisini parlaklık, renk ve doku olarak gösterir. Ancak burada kenar anlamında, sadece görüntü parlaklıklarındaki değişikliklerle ilgilenilecektir. Bu anlamda, bir görüntünün gri seviyelerinde ani değişikliklerin olduğu bölgelere *kenar* adı verilecektir.

Görüntüye ilişkin kenarların belirlenmesi birçok durumda kullanışlıdır. Nesne tanıma problemi buna bir örnek olarak verilebilir. Nesne tanımada temel adım, bir görüntüyü farklı nesnelere karşı düşen farklı bölgelere

Dr. Aydın Kızılkaya

bölmelemektir. Kenar belirleme işleminin kullanışlı olduğu diğer bir örnek, sadece görüntüye ilişkin kenarların kodlandığı düşük bit oranlarında görüntü kodlama uygulamasıdır.

Bir görüntüdeki fiziksel değişimin önemi, uygulamaya bağlıdır. Şöyle ki, bazı uygulamalarda kenar olarak sınıflandırılan parlaklık değişimi diğer uygulamalarda kenar olarak incelenmeyebilir. Bir nesne tanıma sisteminde nesnenin sınırları, tanıma için yeterli olabilir ve nesne içerisindeki ek ayrıntılar kenar olarak değer görmeyebilir. Sonuç olarak kenar, uygulamanın içeriği dışında tanımlanamaz.

Cisimlerin fiziksel özellikleri ile kenarları arasında doğrudan bir ilişki söz konusudur. Dolayısıyla görüntünün birçok fiziksel özelliği kenar bilgisinden ortaya çıkarılabilir. Konunun önemi çerçevesinde bu bölümde kenar belirleme için çeşitli yöntemler sunulacaktır. Bunun için, görüntüye ilişkin ilgilenilen bölgelerin kendi içerisinde yeterince homojen oldukları varsayılacak ve dolayısıyla iki bölge arasındaki geçiş sadece gri seviye süreksizliklerine dayalı olarak tanımlanabilecektir.

İyi bir kenar kestirimci;

- kenarları iyi bir biçimde sezebilmelidir,
- kenarları doğru konumlarda belirleyebilmelidir,
- Bir kenar için bir kenar görüntüsü oluşturabilmeli yani yapay kenarlar üretmemelidir.

Görüntü içerisinde gürültünün varlığı (gürültü yüksek frekanslı bileşenlerden oluştuğu için gürültü ile kenarları birbirinden ayırt etmek güçleşecektir), kenar belirleme ve konumlama ölçütleri arasındaki karşılıklı ilişki (tradeoff) ve kenarların çok ölçekli yapısı, kenar belirleme aşamasında karşılaşılabilecek önemli sorunlardır.

Dr. Aydın Kızılkaya

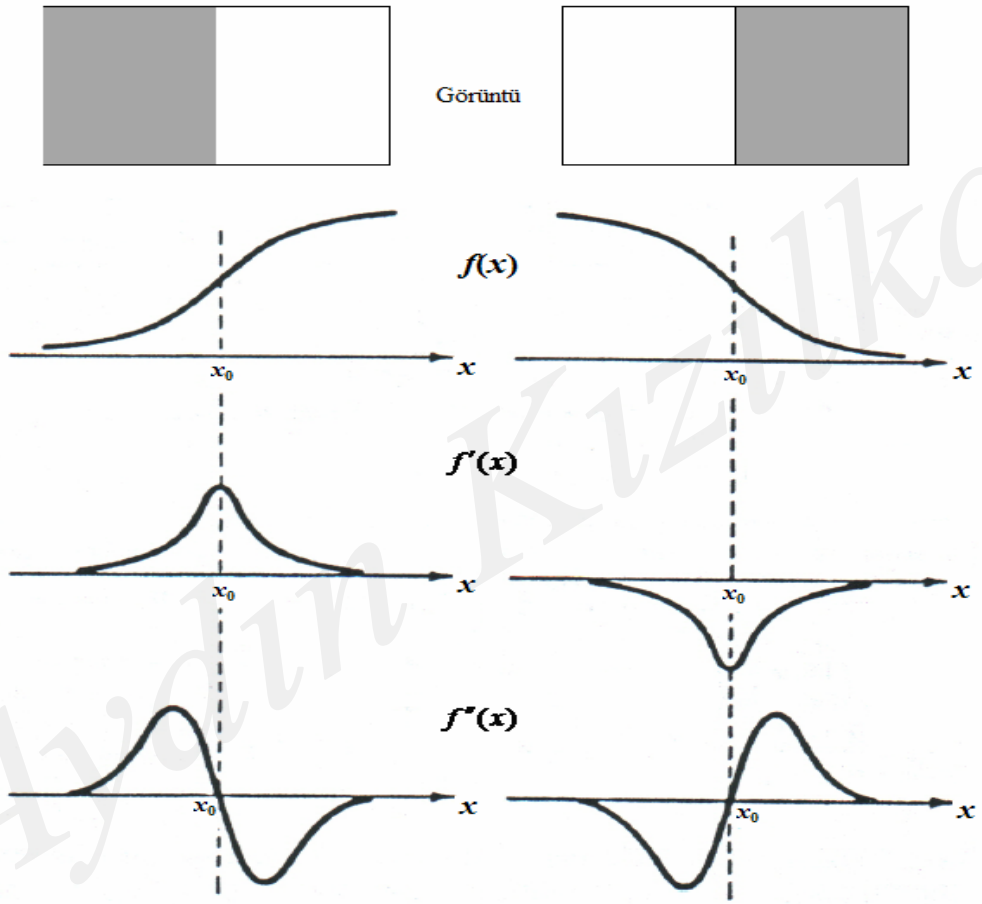
4.2.1. Türev almaya dayalı kenar belirleme yöntemleri

Bir görüntü içerisindeki kenarları belirlemek için uygulanabilecek en verimli yöntemlerden birisi, ani gri seviye değişimlerini tespit etmektir. Bu amaç için birçok kenar belirleme yönteminin kullandığı temel yaklaşım, bölgesel türev hesabına dayanır. Bölgesel olarak, görüntünün 1.türevi kenar bölgelerinde en büyük değere sahip olur (local maximum) ve görüntünün 2.türevi ise kenar bölgelerinde sıfır değerini üretir. Bölgesel olarak görüntüye ilişkin 1. ve 2. türevleri hesaplayarak elde edilen lokal maksimum ve sıfır geçiş noktaları ile, ilgili görüntü bölgesi için kenarlar belirlenmiş olur. Bu bölümde, 1.türevi kullanan gradient yöntemi ve 2.türevi kullanan laplasyen yöntemi incelenecektir.

4.2.1.1. Gradient tabanlı yöntemler

Şekil 4.1(a)'da gösterildiği gibi tipik bir bir-boyutlu (1-B) kenarı temsil eden bir analog $f(x)$ fonksiyonunu inceleyelim. Tipik problemlerde, şekil 4.1(a)'daki x_0'ın değerini bir kenar noktası olarak incelemek mantıklıdır. x_0'ı tanımlamanın bir yolu, $f(x)$ fonksiyonunun 1.türevini ($f'(x)$) veya 2.türevini ($f''(x)$) hesaplamaktır. Şekil 4.1'den x_0 değeri, $f'(x)$'in bölgesel ekstremumu (maksimum veya minimumu) veya $f''(x)$'in sıfır geçişi ($f''(x)$'in işaretini değiştirdiği nokta) aranarak tanımlanabilir. $f''(x)$'in sıfır geçişi, laplasyen tabanlı yöntemler grubunda incelenecektir.

Dr. Aydın Kızılkaya



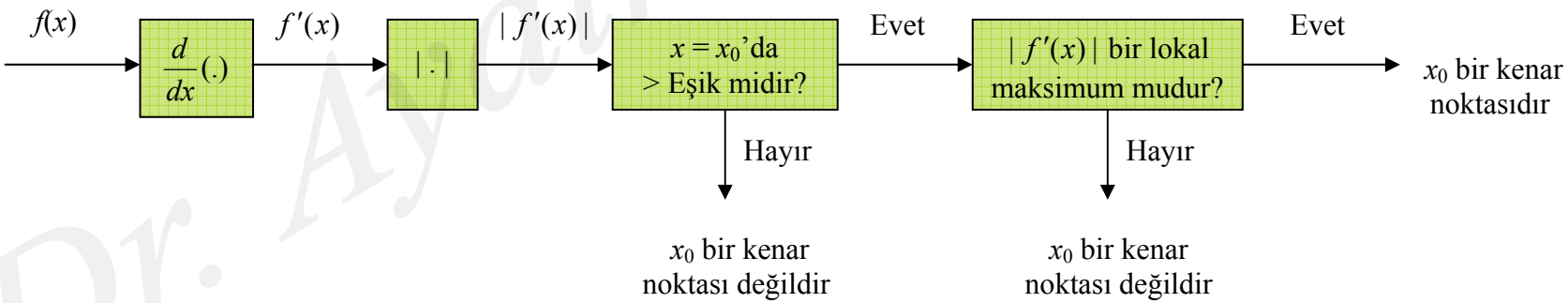
(a) (b)

Şekil 4.1. Türev operatörleri ile kenar belirleme: **(a)** Koyu arka plan üzerindeki beyaz bant görüntüsü; **(b)** Açık arka plan üzerindeki siyah bant görüntüsü. Bu görüntülere ilişkin 1-B çizimler ve bu çizimlerin 1. ve 2.türevleri

Dr. Aydın Kızılkaya

Dikkat edilirse Şekil 4.1(a) ve (b)'deki görüntülere karşı düşen 1-B çizimlerde kenar noktaları, ani değişimden ziyade biraz daha yumuşak bir geçiş biçiminde modellenmiştir. Bu tip modelleme, gerçekliğe yakın bir gösterim için tercih edilmiştir. Şöyle ki, örneklemenin bir sonucu olarak sayısal görüntülerdeki kenarlar genel olarak hafif bulanıklaşır.

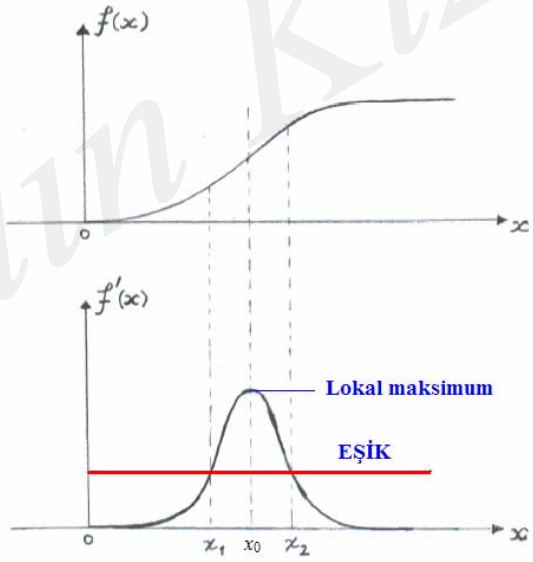
Şekil 4.1'de gösterilen muhtemel kenar noktası x_0'ı tanımlamaya ek olarak, $f'(x)$ aynı zamanda kenarın yönünü ve büyüklüğünü kestirmede kullanılabilir. Eğer $|f'(x)|$ çok büyük ise, $f(x)$ çok hızlı değişir ve bu durum parlaklıkta hızlı bir değişime karşı düşer. Eğer $f'(x)$ pozitif ise, $f(x)$ artan bir fonksiyondur. Yukarıdaki gözlemlere dayalı olarak kenar belirleme için bir yaklaşım Şekil 4.2'de verilen sistemi kullanır.



Şekil 4.2. 1-B kenar belirleme sisteminin blok diyagramı

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.2 ile verilen sistemde, ilk olarak $f(x)$'den $|f'(x)|$ hesaplanır. $|f'(x)|$, belli bir eşik değerinden büyükse bu görüntü pikseli, bir kenar adayı olacaktır. İlgilenilen kenar noktasında eğer bu şart birden fazla x değerleri için sağlanırsa bu durumda bir kenar, noktadan ziyade çizgi olarak görünecektir ve kalın kenarların oluşmasına neden olacaktır. Bu sorunun üstesinden gelmek için en iyi yaklaşım, sadece $|f'(x)|$ değerlerinde lokal maksimuma sahip olan noktaları bulmak olacaktır ve bu noktalar kenar noktaları olarak belirlenir. Bu durum şekil 4.3'de kabaca gösterilmiştir.



Şekil 4.3. 1-B kenar belirleme işlemleri

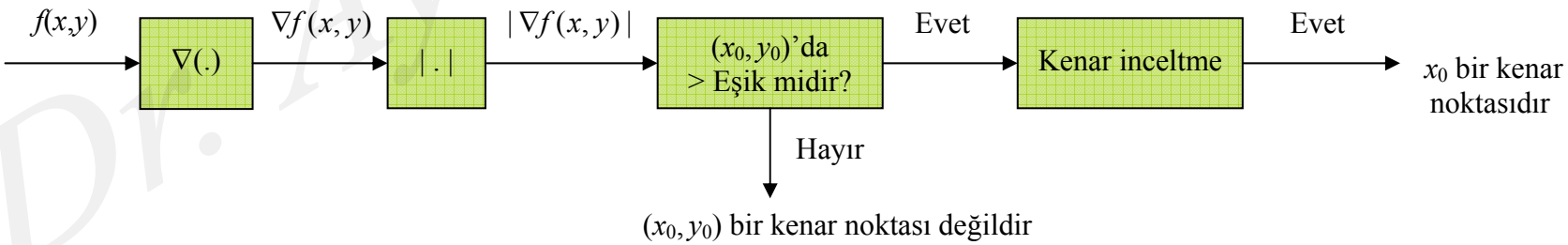
Dr. Aydın Kızılkaya

Kenar belirleme işleminde kullanılan eşik değerinin seçimi, uygulamaya bağlı olarak değişiklik arz eder ve kenar görüntüsünün performansı seçilen eşik değeri ile yakından ilgilidir. Eşik değeri, $|f'(x)|$ değerlerinin büyük olanlarını küçüklerinden ayıracak şekilde seçilmelidir. Uygun eşik değeri, $|f'(x)|$ değerlerinin histogramına bakılarak belirlenebilir. Ayrıca uyarlamalı olarak da eşik değerini belirlemek mümkündür. Genellikle eşik değeri, en büyük gradient %5 ile %10'u olarak seçilebilir.

2-B bir $f(x, y)$ fonksiyonu için $f'(x)$ 'in genellemesi, $f(x, y)$'nin *gradienti* olarak tanımlanır ve

$$\nabla f(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\vec{i}_x + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\vec{i}_y \tag{4.1}$$

biçiminde verilir. Burada $\vec{i}_x$, x-yönündeki $\vec{i}_y$ ise y-yönündeki birim vektörlere karşı düşmektedir. $\nabla f(x,y)$ 'ye dayalı olarak, Şekil 4.2'de verilen kenar belirleme sisteminin genellemesi Şekil 4.4'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4. 2-B kenar belirleme sisteminin blok diyagramı

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.4'deki sisteme göre, ilk olarak $f(x, y)$'nin gradienti olan $\nabla f(x, y)$ fonksiyonunun genliği hesaplanır ve bu genlik değeri daha sonra aday kenar noktalarını tanımlamak için bir eşik değeri ile karşılaştırılır. Eğer $\nabla f(x, y)$ fonksiyonunun genliğinin belirli bir eşik değerinden büyük olduğu bütün (x, y) noktaları kenar noktası olarak tanımlanırsa, oluşan kenar görüntüsü ince çizgilerden ziyade kalın şeritler halinde görünecektir. Kalın şeritlerden ince çizgiler elde etmek için, kenar görüntüsü inceltme (thinning) işlemine tabi tutulur. Basit bir kenar inceltme algoritmasında, en azından bir yönde $|\nabla f(x, y)|$ büyüklüğünün lokal maksimum olup olmadığını kontrol ederek kenar noktaları seçilir. Bir çok durumlarda, sadece yatay ve düşey yöndeki lokal maksimumu kontrol etmek yeterli olacaktır. Potansiyel bir kenar noktasında, belirlenen yönlerden herhangi biri boyunca eğer $|\nabla f(x, y)|$ lokal maksimum ise bu potansiyel kenar noktası bir kenar noktası olarak değerlendirilecektir. Diğer taraftan, bu basit kenar inceltme algoritması güçlü kenar çizgileri etrafında çok sayıda hatalı kenar çizgileri oluşturur. Bu hatalı kenar çizgilerinin çoğunu yok etmek için basit bir yöntem, aşağıdaki ek sınırlamaları sağlamalıdır:

(a) Eğer yatay yönde (x_0, y_0) noktasında $|\nabla f(x, y)|$ lokal maksimuma sahip ise,

$$\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)} > k\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)} \tag{4.2}$$

olduğunda (x_0, y_0) bir kenar noktası olacaktır.

Dr. Aydın Kızılkaya

(b) Eğer düşey yönde (x_0, y_0) noktasında $|\nabla f(x,y)|$ lokal maksimuma sahip ise,

$$\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)} > k\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{(x,y)=(x_0,y_0)} \tag{4.3}$$

olduğunda (x_0, y_0) bir kenar noktası olacaktır. (4.2) ve (4.3) eşitliklerinde k tipik olarak 2 civarında seçilir. (a) şartı sağlandığında yatay yön boyunca parlaklık değişim oranı düşey yöndekinden önemli derecede büyük olacaktır. (b) şartı sağlandığında ise düşey yön boyunca parlaklık değişim oranı yatay yöndekinden daha büyük olacaktır.

Gradient tabanlı kenar belirleme sistemleri iki değişik şekilde uygulanabilir. Bunlar, yönlü ve yönsüz kenar kestirimcileri (directional and nondirectional edge detectors) olarak adlandırılır. $|\nabla f(x,y)|$ fonksiyonunu kullanan kenar belirleme sistemlerine *yönsüz kenar kestirimcisi* adı verilir ki bu sistem herhangi bir doğrultu için ayarlı değildir ve her yön için eşit ağırlıklı sonuçlar üretir. Eğer kenar belirleme sistemi herhangi bir yön için ayarlanmışsa bu sistemlere *yönlü kenar kestirimcisi* adı verilir. Örneğin, Şekil 4.4'deki kenar belirleme sisteminde $|\nabla f(x,y)|$ fonksiyonu yerine sadece $|\partial f(x,y)/\partial x|$ fonksiyonu kullanılırsa, bu durumda sistem sadece düşey yöndeki kenarları tanır ve yatay yöndeki kenarlara ise cevap vermez.

2-B sayısal fonksiyonlarda türev işlemleri, fark denklemleri ile ifade edilebilir. Bu anlamda $\partial f(x,y)/\partial x$ ve $\partial f(x,y)/\partial y$ ile tanımlanan kısmi türevler fark denklemi ifadeleri ile tanımlanabilir. Örneğin, $\partial f(x,y)/\partial x$ kısmi türevi aşağıdaki fark denklemleri ile yer değiştirilebilir:

Dr. Aydın Kızılkaya

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \cong \frac{1}{T}[f(n_1,n_2) - f(n_1-1,n_2)] \tag{4.4a}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \cong \frac{1}{T}[f(n_1+1,n_2) - f(n_1,n_2)] \tag{4.4b}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \cong \frac{1}{2T}[f(n_1+1,n_2) - f(n_1-1,n_2)] \tag{4.4c}$$

Kenar belirleme sisteminde, hesaplanan türev değerleri bir eşik değeri ile karşılaştırıldığından ve bu eşik değeri ayarlanabileceğinden dolayı (4.4) eşitliğindeki $1/T$ ve $1/2T$ ölçeklendirme katsayıları ihmal edilebilir. (4.4) ile tanımlanan ifadelerin daha iyi yaklaşımları için aşağıdaki gösterimler kullanılabilir:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \cong [f(n_1+1,n_2+1) - f(n_1-1,n_2+1)] + [f(n_1+1,n_2) - f(n_1-1,n_2)]$$
$$+ [f(n_1+1,n_2-1) - f(n_1-1,n_2-1)] \tag{4.5a}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \cong [f(n_1+1,n_2+1) - f(n_1-1,n_2+1)] + 2[f(n_1+1,n_2) - f(n_1-1,n_2)]$$
$$+ [f(n_1+1,n_2-1) - f(n_1-1,n_2-1)] \tag{4.5b}$$

Dr. Aydın Kızılkaya

Yukarıda ifade edilen nedenden dolayı, gereksiz ölçeklendirme katsayıları (4.5) eşitliğinde ihmal edilmiştir.

(4.4) ve (4.5) eşitliklerindeki fark alma işlemleri, $f(n_1, n_2)$ ile impuls cevabı $h(n_1, n_2)$ olan bir süzgecin konvolüsyonu olarak yorumlanabilir. Bu anlamda (4.4) ve (4.5) eşitliklerini sağlayan ve yönlü kenar kestirimcilerine karşı düşen süzgeç impuls cevapları Şekil 4.5(a) ve (b)'de gösterilmiştir. Ayrıca aynı mantıkla yatay yöndeki ve $\pm 45^0$ doğrultusundaki kenarları bulmak için kullanılabilecek süzgeç impuls cevapları Şekil 4.5(c)-(f)'de verilmiştir.

n_1-1, n_2+1	n_1, n_2+1	n_1+1, n_2+1
n_1-1, n_2	n_1, n_2	n_1+1, n_2
n_1-1, n_2-1	n_1, n_2-1	n_1+1, n_2-1

–1		1
–1		1
–1		1

(a)

–1		1
–2		2
–1		1

(b)

1	1	1
–1	–1	–1

(c)

1	2	1
–1	–2	–1

(d)

	1	1
–1		1
–1	–1	

(e)

1	1	
1		–1
	–1	–1

(f)

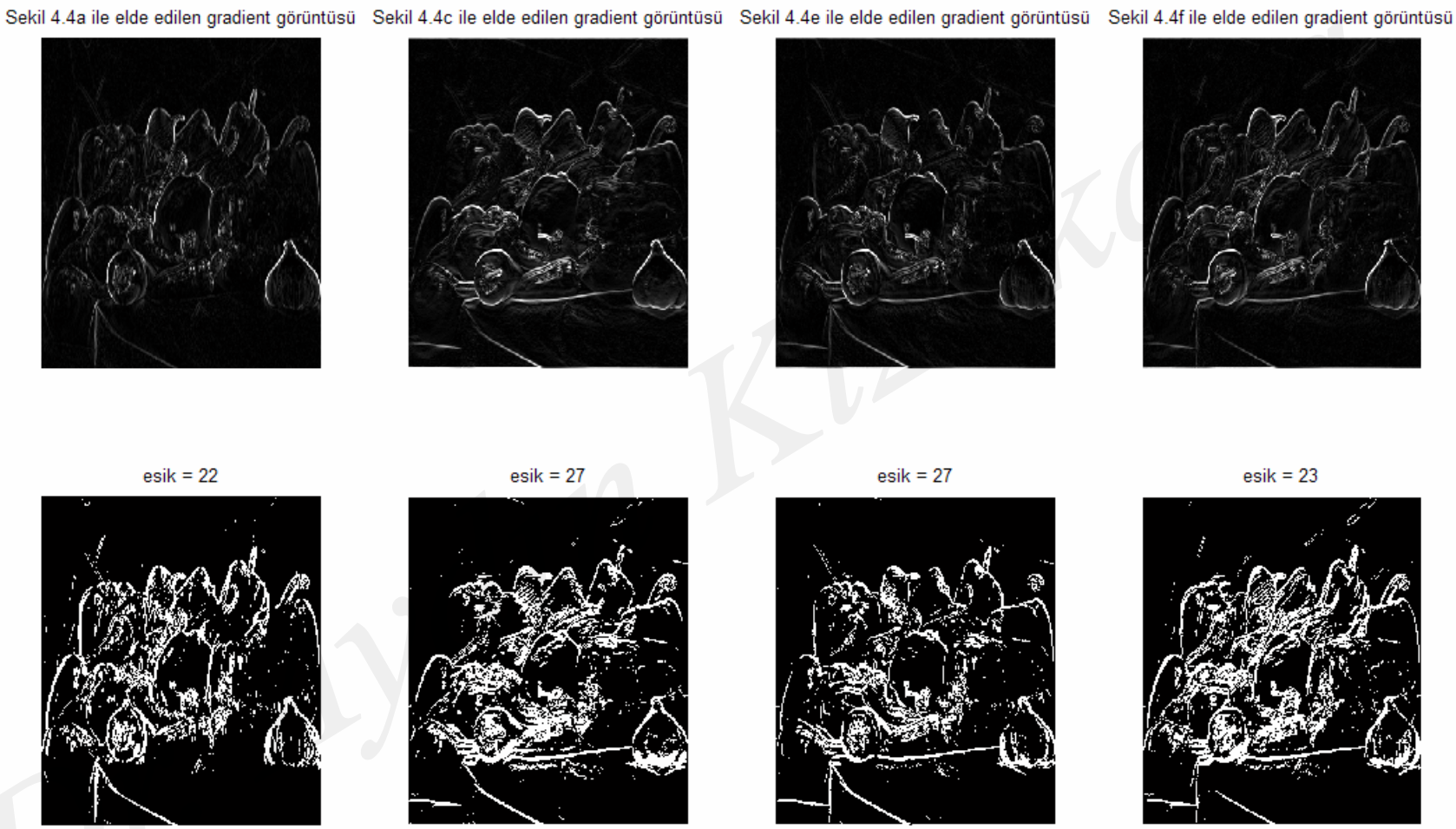
Şekil 4.5. Yönlü kenar belirleme için kullanılabilen süzgeçlerin impuls cevapları: **(a)** ve **(b)** Düşey doğrultudaki kenarlar için; **(c)** ve **(d)** Yatay doğrultudaki kenarlar için; **(e)** ve **(f)** $\pm 45^0$ doğrultusundaki kenarlar için.

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.6'da, Şekil 4.5'deki yönlü kenar maskelerini kullanarak Şekil 4.6(a)'daki orijinal görüntüye ilişkin elde edilmiş kenar görüntüleri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi maskeler sadece ilgili doğrultudaki kenarları tanımakta, diğer doğrultulardaki kenarları ise tanıyamamaktadırlar. Her bir maske ile elde edilen gradient görüntüsünden kenar görüntüsüne ulaşmak için kullanılan eşik değerleri, her bir gradient görüntüsünün en büyük genlik değerinin %5'i alınarak belirlenmiştir. Bu eşik değerinden büyük gri seviyeler 255, küçük olanlar ise 0 alınarak kenar görüntülerine ulaşılmıştır.

Şekil 4.6(a). Kenar belirleme için kullanılan orijinal gri-ton görüntü

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.6. Şekil 4.5'de verilen yönlü kenar maskelerini kullanarak Şekil 4.6(a)'daki orijinal gri-ton görüntünün kenarlarının belirlenmesi.

Yönsüz kenar kestirimcileri de $|\nabla f(x,y)|$ fonksiyonunun ayrık yaklaşımı ile geliştirilebilir. (4.1) eşitliğinden, gradient vektörü $\nabla f(x,y)$ 'nin genliği

$$|\nabla f(x,y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2} \tag{4.6}$$

biçiminde elde edilebilir. (4.6) eşitliğine göre, yönsüz kenar kestirimcilerini yönlü kenar kestirimcilerinin türetiminde kullanılan terimlerin doğrusal olmayan bileşimi ile elde etmek mümkündür. Yani, (4.6) eşitliğinin ayrık yaklaşığı

$$|\nabla f(x,y)| \cong \sqrt{(f_x(n_1,n_2))^2 + (f_y(n_1,n_2))^2} \tag{4.7a}$$

şeklinde verilebilir. Burada,

$$f_x(n_1,n_2) = f(n_1,n_2) \otimes h_x(n_1,n_2) \tag{4.7b}$$

$$f_y(n_1,n_2) = f(n_1,n_2) \otimes h_y(n_1,n_2) \tag{4.7c}$$

biçiminde tanımlı olup $h_x(n_1, n_2)$ ve $h_y(n_1, n_2)$, yönsüz kenar kestirimcilerin x ve y doğrultusundaki maskeleridir.

Dr. Aydın Kızılkaya

Yönsüz kenar kestirimcileri, (4.7) eşitliğine dayalı olarak hem x hem de y doğrultusundaki yönlü kenar kestirimcilerinden faydalanarak elde edildiğine göre $h_x(n_1, n_2)$ ve $h_y(n_1, n_2)$ Şekil 4.5'de verilen bazı süzgeç kalıplarına karşı düşecektir. Bu süzgeç kalıplarına dayanarak yönsüz kenar kestirimcileri *Sobel*, *Prewitt*, ve *Robert* kenar kestirimcileri biçiminde adlandırılırlar. Şekil 4.7'de, bu kenar kestirimcilerini (4.7) eşitliğine dayanarak gerçekleştirmede kullanılan yönsüz kenar maskeleri gösterilmiştir.

$h_x(n_1, n_2)$

–1		1
–2		2
–1		1

$h_y(n_1, n_2)$

1	2	1
–1	–2	–1

(a)

$h_x(n_1, n_2)$

–1		1
–1		1
–1		1

$h_y(n_1, n_2)$

1	1	1
–1	–1	–1

(b)

$h_x(n_1, n_2)$

		1
	–1	

$h_y(n_1, n_2)$

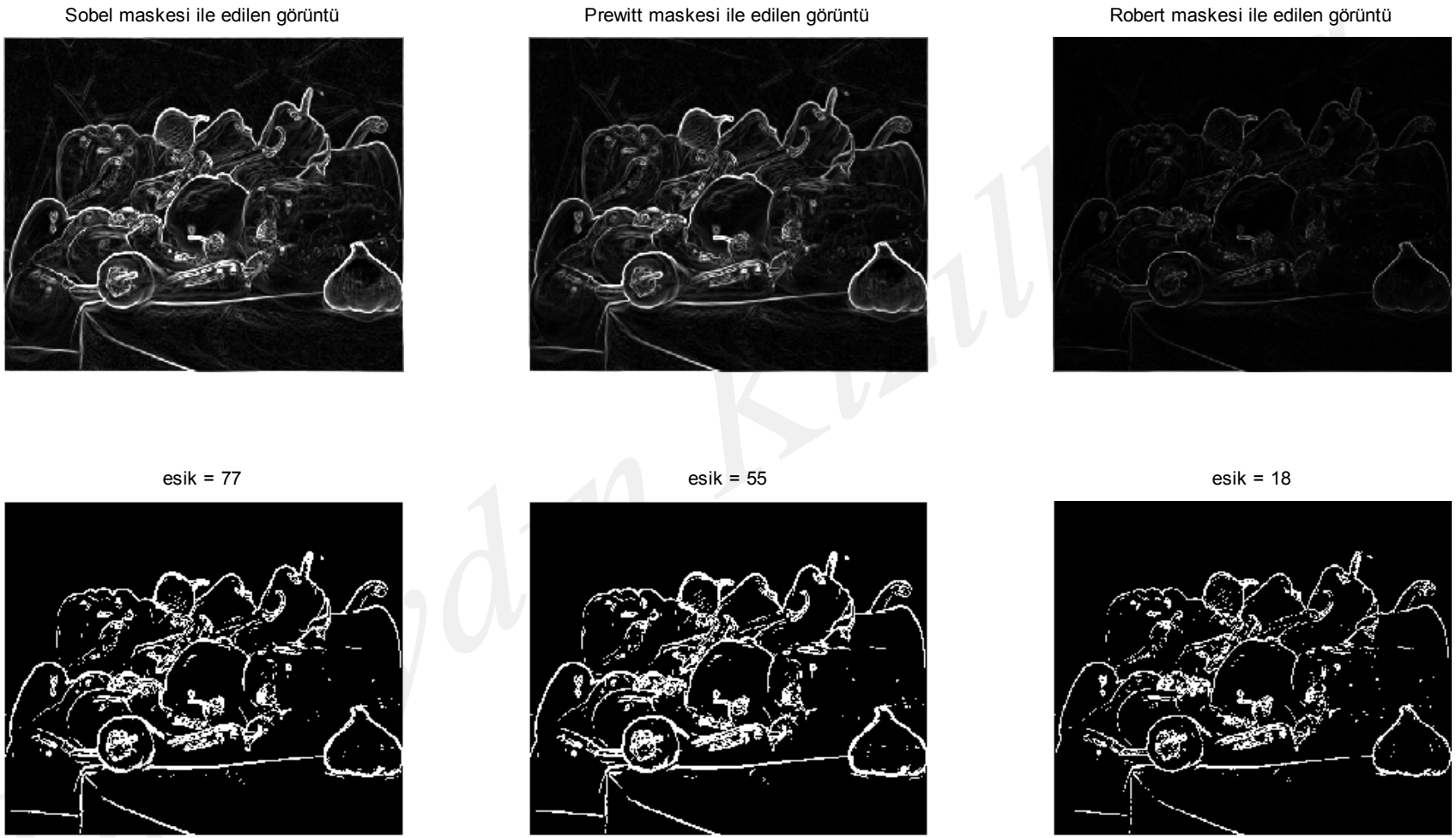
	1	
		–1

(c)

Şekil 4.7. Yönsüz kenar belirleme için kullanılan süzgeçlerin impuls cevapları: **(a)** Sobel; **(b)** Prewitt; **(c)** Robert.

Şekil 4.8'de, Şekil 4.7'deki yönsüz kenar maskelerini kullanarak Şekil 4.6(a)'daki orijinal görüntüye ilişkin elde edilmiş kenar görüntüleri gösterilmiştir. Şekil 4.6'da elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında iyi kenar görüntülerine ulaşıldığı gözlenmektedir. Çünkü bu görüntülerde her iki yöndeki süzgeç kalıplarının aynı anda kullanımı söz konusudur ve bu maskeler aynı anda her yöndeki kenarları tanımaya çalışmaktadır.

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.8. Şekil 4.7'de verilen yönsüz kenar maskelerini kullanarak Şekil 4.6(a)'daki orijinal gri-ton görüntünün kenarlarının belirlenmesi.

Belirtmekte fayda vardır ki Şekil 4.8'deki kenar görüntülerinin elde edilmesi aşamasında gerekli olan eşik değerleri, her bir gradient görüntüsünün en büyük genlik değerinin %10'u alınarak belirlenmiştir. Eşik değerinin seçimi yapay kenarların oluşumunu etkiler. Şekil 4.6'daki kenar görüntüleri her bir gradient görüntüsünün en büyük genlik değerinin %5'i alınarak belirlenmişti ve bakıldığında yapay kenarların oluşumu Şekil 4.8'dekine göre daha fazladır. Çünkü eşik değerinin küçük seçilmesi ile aday kenar noktası sayısı artmıştır.

Türev alma işlemi gürültüye fazlasıyla duyarlıdır. Bu yüzden gürültü ile etkilenmiş olan görüntüler üzerinde kenar belirleme işlemini gerçekleştirmeden önce gürültü azaltma (yumuşatma) işleminin görüntü üzerine uygulanması gerekir. Bu çerçevede, bu işlemin uygulaması aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir:

$$g(n_1, n_2) = e^{-\frac{(n_1^2 + n_2^2)}{2\pi\sigma^2}} \tag{4.8}$$

(4.8) ile tanımlanan $g(n_1, n_2)$ fonksiyonu, yumuşatma amacıyla kullanılacak olan taban genişliği yaklaşık olarak 2σ olan Gaussian süzgeç impuls cevabını belirtir. Gürültülü görüntü fonksiyonu $f(n_1, n_2)$ olmak üzere, $f(n_1, n_2)$ fonksiyonunun $g(n_1, n_2)$ ile konvolüsyonunun yatay ve düşey yöndeki türevleri konvolüsyonun doğrusallık özelliğinden faydalanarak

$$\frac{\partial}{\partial n_1}[f(n_1, n_2) \otimes g(n_1, n_2)] = f(n_1, n_2) \otimes \frac{\partial g(n_1, n_2)}{\partial n_1} = f_{n_1}(n_1, n_2) \tag{4.9}$$

Dr. Aydın Kızılkaya

$$\frac{\partial}{\partial n_2}[f(n_1,n_2)\otimes g(n_1,n_2)] = f(n_1,n_2)\otimes\frac{\partial g(n_1,n_2)}{\partial n_2} = f_{n_2}(n_1,n_2) \tag{4.10}$$

biçiminde verilebilir. (4.8) eşitliğinin n_1 ve n_2'ye göre türevleri

$$g_{n_1}(n_1,n_2) = \frac{\partial g(n_1,n_2)}{\partial n_1} = -\frac{n_1}{\pi\sigma^2}e^{-\frac{(n_1^2+n_2^2)}{2\pi\sigma^2}} \tag{4.11a}$$

$$g_{n_2}(n_1,n_2) = \frac{\partial g(n_1,n_2)}{\partial n_2} = -\frac{n_2}{\pi\sigma^2}e^{-\frac{(n_1^2+n_2^2)}{2\pi\sigma^2}} \tag{4.11b}$$

olarak elde edilir. Burada $g_{n_1}(n_1,n_2)$ ve $g_{n_2}(n_1,n_2)$ fonksiyonları, orijine göre simetrik olacak şekilde n_1 ve n_2'nin değerlerinin seçimi ile oluşturulur. Böylece, (4.9) ve (4.10) eşitlikleri (4.11) ile kullanılarak

$$|\nabla f(n_1,n_2)| \cong \sqrt{(f_{n_1}(n_1,n_2))^2 + (f_{n_2}(n_1,n_2))^2} \tag{4.12}$$

elde edilir. Son olarak, (4.12) eşitliği ile elde edilen görüntü sonucuna daha önce ifade edildiği gibi eşikleme işlemi uygulanarak kenar görüntüsüne ulaşılır. Şekil 4.9'da gürültülü görüntü için elde edilen kenar belirleme sonuçları gösterilmiştir.

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.9. Gürültülü görüntünün Sobel kenar belirleyicisi ve (4.12) eşitliğinin çeşitli σ değerlerleri ile elde edilen kenar görüntüleri. (Eşik değerleri, ilgili görüntülerin en büyük genlik değerinin %10'u alınarak belirlenmiştir.)

4.2.1.2. Laplasyen tabanlı kenar tanıma

Herhangi bir işarete ilişkin ani geçiş noktasının belirlenmesi için başvurulan yöntemlerden diğeri, fonksiyona ilişkin 2.türevi kullanır. Şekil 4.1'de gösterildiği gibi, işarete ilişkin 1.türevin en büyük veya en küçük olduğu noktada işaretin 2.türevi sıfıra eşittir. Bu gerçeğe dayanarak, bir görüntü fonksiyonuna ilişkin 2.türev alınıp sıfır geçiş noktalarının tespit edilmesiyle görüntüye ilişkin kenar görüntüsüne ulaşmak mümkündür.

2-B bir $f(x, y)$ fonksiyonunun x ve y değişkenlerine göre 2.türevi, $f(x, y)$'nin *laplasyeni* olarak adlandırılır ve

$$\nabla^2 f(x,y) = \nabla(\nabla f(x,y)) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \tag{4.13}$$

biçiminde tanımlanır. 2-B bir $f(n_1, n_2)$ dizisi için ikinci dereceden kısmi türevler $\partial^2 f(x,y)/\partial x^2$ ve $\partial^2 f(x,y)/\partial y^2$, ikinci dereceden fark denklemleri ile ifade edilebilirler. Buna göre,

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \rightarrow f_x(n_1,n_2) = f(n_1+1,n_2) - f(n_1,n_2) \tag{4.14}$$

şeklinde ileri-yön fark denklemi ile ifade edilebilir. Sıfır-geçiş noktasını etkilemeyeceğinden dolayı, (4.14) eşitliğinde ölçeklendirme sabiti ihmal edilmiştir.

Dr. Aydın Kızılkaya

(4.14) eşitliğinde ileri-yön fark denklemi kullanıldığından dolayı, $\partial f(x,y)/\partial x$'nin x'e göre türevi geri-yön fark denklemi ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right) \rightarrow f_{xx}(n_1,n_2) = f_x(n_1,n_2) - f_x(n_1-1,n_2) \tag{4.15}$$

(4.14) eşitliği (4.15)'de yerine konursa,

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \rightarrow f_{xx}(n_1,n_2) = f(n_1+1,n_2) - 2f(n_1,n_2) + f(n_1-1,n_2) \tag{4.16}$$

sonucuna ulaşılır. (4.14)-(4.16) eşitlikleri için izlenen yolu kullanarak, $f(x, y)$ fonksiyonunun y değişkenine göre 2.türevi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \rightarrow f_{yy}(n_1,n_2) = f(n_1,n_2+1) - 2f(n_1,n_2) + f(n_1,n_2-1) \tag{4.17}$$

Son olarak, (4.16) ve (4.17)'deki eşitlikler (4.13)'de yerine konulursa,

Dr. Aydın Kızılkaya

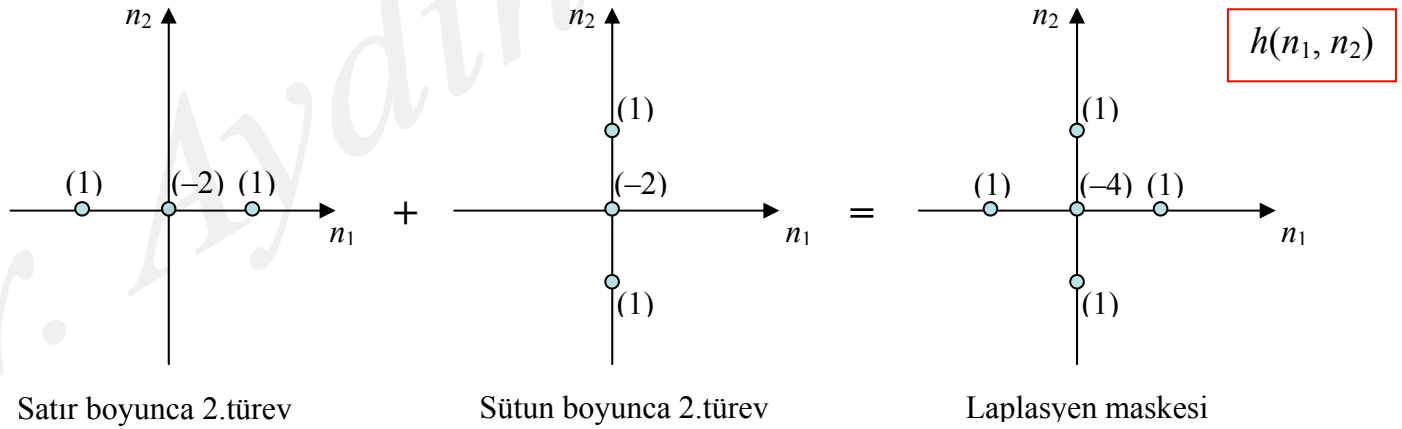
$$\nabla^2 f(x,y) \rightarrow \nabla^2 f(n_1,n_2) = f_{xx}(n_1,n_2) + f_{yy}(n_1,n_2)$$

$$= f(n_1+1,n_2) + f(n_1-1,n_2) + f(n_1,n_2+1) + f(n_1,n_2-1) - 4f(n_1,n_2) \qquad (4.18)$$

ifadesine ulaşılır. Aslında (4.18) eşitliği,

$$\nabla^2 f(n_1,n_2) = f(n_1,n_2) \otimes h(n_1,n_2) \qquad (4.19)$$

biçiminde ifade edilebilir ki (4.19) eşitliğindeki süzgeç impuls cevabı $h(n_1, n_2)$, Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



Şekil 4.10. $f(n_1, n_2)$'nin laplasyenini $f(n_1, n_2) \otimes h(n_1, n_2)$ ile hesaplamada kullanılan süzgeç impuls cevabı

Dr. Aydın Kızılkaya

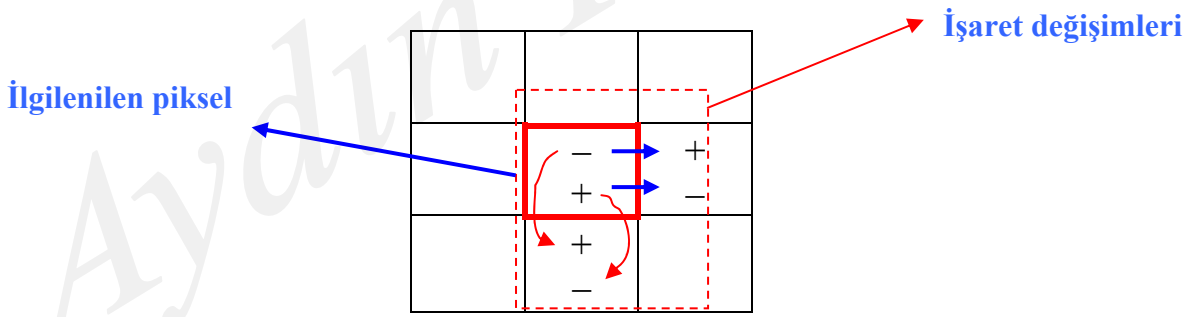
Sonuç olarak, laplasyen kenar tanıma yönteminde, görüntü fonksiyonu $f(n_1, n_2)$'yi Şekil 4.10'daki gibi verilen laplasyen kenar maskeleri ile konvolüsyona tabi tuttuktan sonra elde edilen laplasyen görüntüsünün mutlak değerinin bir eşik değeri ile karşılaştırılması sonucunda kenar görüntüsüne ulaşılır. Bu açıdan değerlendirildiğinde, gradient tabanlı yöntemde de aynı işlemler yapılmasına rağmen laplasyen tabanlı olarak elde edilen kenar görüntüsünde bazı farklar vardır. Bu farklar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Laplasyen hesabında ikinci dereceden türevler söz konusu olduğundan dolayı, gradientine nazaran bir görüntünün laplasyeni kabul edilemez derecede gürültüye duyarlı olacaktır.
- Şekil 4.1'den de görüldüğü üzere, görüntünün laplasyeninin mutlak değeri çift kenarların oluşmasına neden olacaktır ki bu durumda kenar yönünün belirlenmesi mümkün olmayacaktır. Bu durum, bir pikselin, kenarın koyu bölgesinde mi yoksa açık bölgesinde mi olduğunu saptamada zorluk teşkil edecektir.
- Sıfır geçişleri, görüntü içerisindeki cisimlere ilişkin sınırları temsil ettiği için kenar görüntüsü sürekli çizgiler halinde olacaktır. Bundan dolayı, gradient-tabanlı yöntemlerde gerekli olan kenar inceltme işlemine laplasyen-tabanlı yöntemlerde ihtiyaç duyulmaz.
- Görüntü içerisindeki en küçük ani değişimler bile bir sıfır geçişi oluşturacakları için, laplasyen-tabanlı yöntem ile elde edilen kenar görüntülerinde çok fazla sayıda yanlış kenar noktalarının oluşması kaçınılmazdır.

Buna göre, bir görüntünün kenarlarını elde etmek için gerçekleştirilecek laplasyen-tabanlı kenar belirleme algoritması aşağıdaki aşamalardan oluşacaktır:

Dr. Aydın Kızılkaya

1. Gri-ton görüntünün laplasyenini elde etmek için, görüntü fonksiyonu $f(n_1, n_2)$ Şekil 4.10'da verilen laplasyen maskesi ile konvolüsyona tabi tutulur.
2. Süzgeçlenmiş görüntüdeki (Laplasyen görüntüsü) tüm sıfır geçiş noktaları (zero-crossing points) elde edilir. Genel olarak laplasyen görüntüsünde sıfır geçiş noktasına karşı düşen pikseller tam olarak sıfıra eşit olmayabilir. Bu durumda, ilgilenilen pikselin bir sıfır geçiş noktasına karşı düşüp düşmediğini belirlemek için komşuluktaki piksel değerlerine bakılır ve {-,+} veya {+,-} şeklinde işaret değişimlerinin olup olmadığı belirlenir. Eğer ki işaret değişimi varsa, sıfır geçişin eğimi (piksel değerlerinin farkının mutlak değeri) bir eşik değeri ile karşılaştırılır. Eşik değerinden büyük olan eğimler kenar noktası olarak belirlenir (Şekil 4.11).



Şekil 4.11. Laplasyen görüntüsünde sıfır geçiş noktalarının belirlenmesi için basit bir yaklaşım

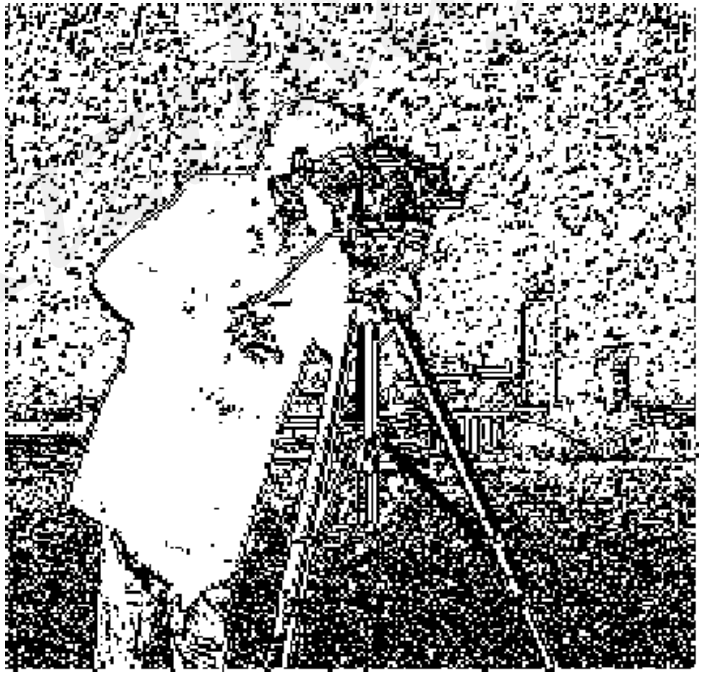
Genel kullanıma göre eşik değeri, laplasyen görüntüsünün mutlak değerinin ortalamasının %75'i alınarak belirlenmektedir.

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.12'de laplasyen-tabanlı kenar belirleme algoritmasının gri-ton bir görüntü üzerine uygulanması durumunda elde edilen sonuç gösterilmiştir.

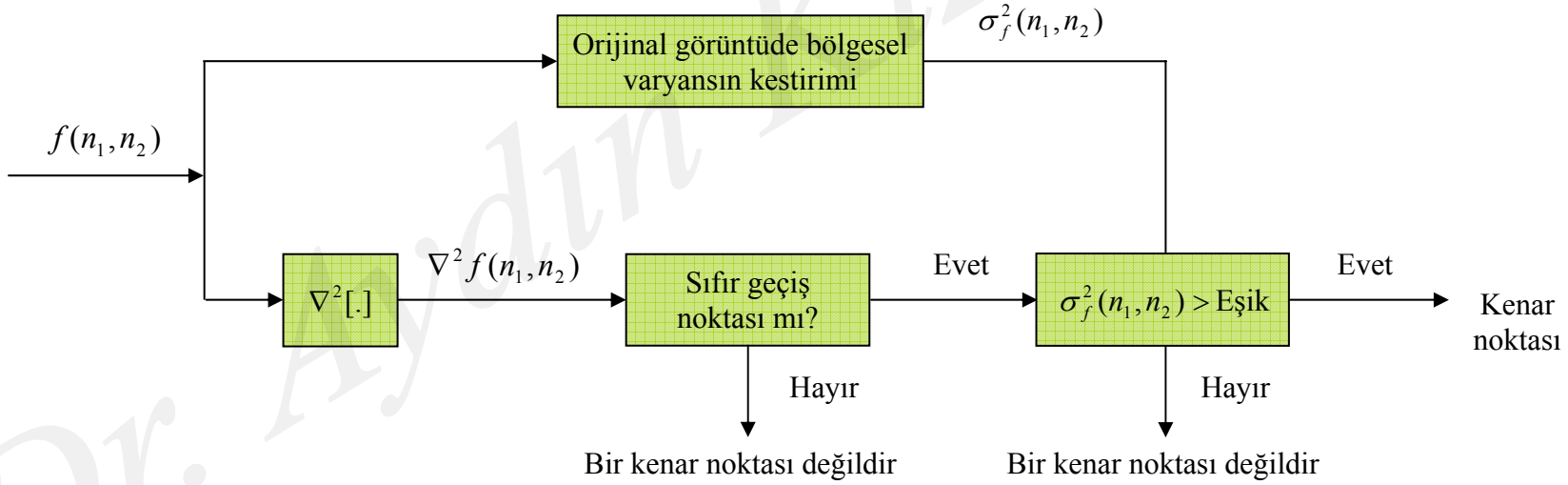
Gri-ton görüntü

Laplasyen görüntüsünün sıfır gecislerinden elde edilen kenar görüntüsü



Şekil 4.12. Laplasyen-tabanlı kenar dedektörü ile bulunan kenar görüntüsü: Orijinal görüntü ve bu görüntünün Şekil 4.10'daki maske ile konvolüsyonu sonucu sıfır geçiş noktalarının belirlenmesi ile elde edilen kenar görüntüsü

Daha önce de ifade edildiği gibi, orijinal görüntüdeki en küçük gri seviye değişimleri bir sıfır geçiş noktası üreteceğinden kenar görüntüsünde yapay kenarların oluşması daima olasıdır. Bu durumu Şekil 4.12'de elde edilen sonuçtan da görmek mümkündür. Sıfır geçiş noktalarının belirlenmesi ile elde edilen kenar görüntüsündeki yapay kenarların büyük bir kısmını ortadan kaldırmak için bir yöntem, blok diyagramı Şekil 4.13'de verilen sistemi kullanır. Bu sistemdeki temel mantık, kenar noktasında bölgesel varyansın yeterince büyük olacağı gerçeğini kullanır.



Şekil 4.13. Çok sayıda yapay kenarların oluşmasını önleyen laplasyen-tabanlı kenar belirleme sistemi

Dr. Aydın Kızılkaya

Kenar görüntüsü elde edilmek istenen orijinal görüntü $f(n_1, n_2)$'nin varyansı bölgesel olarak

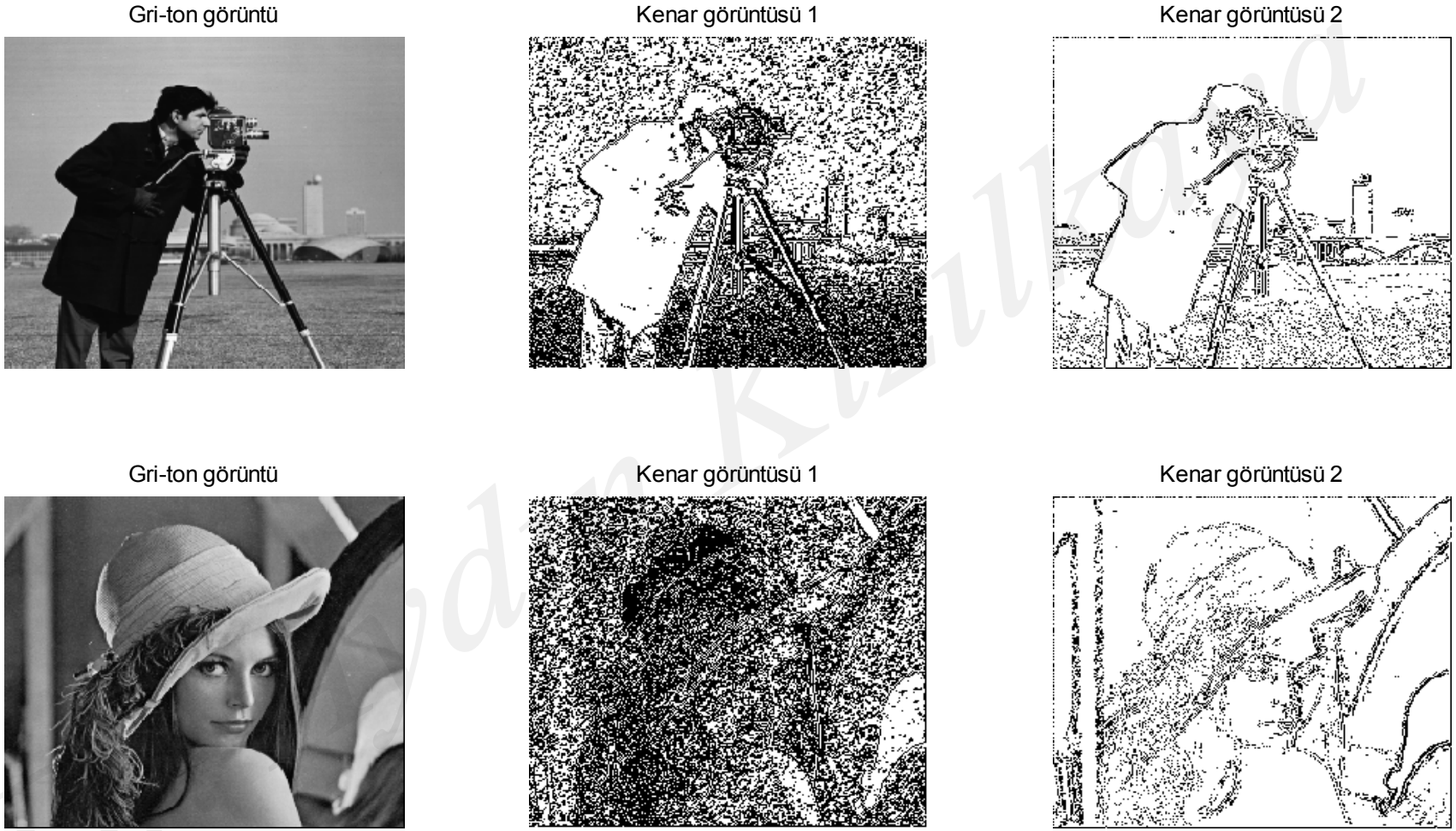
$$\sigma_f^2(n_1,n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} [f(k_1,k_2) - m_f(n_1,n_2)]^2 \tag{4.20a}$$

$$m_f(n_1,n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} f(k_1,k_2) \tag{4.20b}$$

eşitlikleri ile elde edilir. Burada, M bölge büyüklüğü olup örneğin M =1 için 3 × 3'lük bölgeye ilişkin varyans kestirimi gerçekleştirilir. Şekil 4.13'deki yapıdan da anlaşılacağı üzere, orijinal görüntüye ilişkin bölgesel varyans kestirimlerini sadece $\nabla^2 f(n_1,n_2)$'nin sıfır geçişlerine karşı düşen (n_1, n_2) değerleri için hesaplamak yeterli olacaktır.

Şekil 4.14'de, Şekil 4.13'deki sistemin gri-ton görüntüler üzerine uygulanması ile elde edilen görüntü sonuçları gösterilmiştir. Şekil 4.14'deki görüntülerde, yapay kenarların büyük bir bölümünün varyans testi ile yok edildiği ve daha iyi kenar görüntülerine ulaşıldığı gözlenmektedir. Şekil 4.13'deki sistemde gerekli olan eşik değerinin seçimi önemlidir. Şekil 4.14'deki Kenar 2 ile ifade edilen görüntüler, sıfır geçişlerinin belirlenmesinde kullanılmış olan eşik değerinin 4 katını alarak elde edilmiştir. Bu seçim görecelidir, sonuca göre başka seçimler de yapılabilir.

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.14. Laplasyen-tabanlı kenar dedektörü ile elde edilen kenar görüntüleri: Doğrudan doğruya sıfır geçiş noktalarının bulunması ve Şekil 4.13'deki sistemi kullanarak elde edilen kenar görüntüleri.

Yukarıda ifade edilen nedenlerden (Bkz. Syf. 199) dolayı ve görüntünün küçük seviyelerde de olsa gürültü ile etkilenmiş olduğu göz önüne alınırsa, laplasyen-tabanlı yöntemlerin doğrudan doğruya görüntü üzerine uygulanması pek sık kullanılan bir yol değildir. Bunun yerine, daha genel olan Laplasyen-Gauss (LoG) yöntemi kullanılır. İlk olarak Marr-Hildreth tarafından önerildiğinden dolayı, bu yönteme aynı zamanda *Marr-Hildreth kenar belirleme yöntemi* adı da verilir. Marr-Hildreth, görüntüyü değişik kesim frekansları ile sınırlandırdıktan sonra her bir sınırlandırılmış görüntü üzerine kenar tanıma işlemleri uygulayarak değişik kenar görüntüleri elde etmeyi hedeflemişlerdir. Laplasyen-Gauss yöntemindeki temel mantık, 2-B bir Gaussian fonksiyonu ile görüntünün konvolüsyonuna dayanır. Bu yöntemin kullanım amaçları

- Görüntünün doğasında var olan gürültü bileşenlerinin bastırılmasını sağlamak,
- Küçük parlaklık değişimlerinin sıfır geçişe ve dolayısıyla yapay kenar oluşumuna neden olmasını önlemek,
- Görüntü içerisinde farklı çözünürlüklerde seyreden parlaklık değişimlerini yakalayabilmek

şeklinde sıralanabilir.

LoG yönteminde, görüntüyü değişik kesim frekanslarında sınırlandırmak için Gaussian alçak geçiren süzgeç kullanılmaktadır. Görüntünün doğrudan laplasyeninin alınması gürültüyü daha da kuvvetlendireceği için arzu edilmeyen birçok yapay kenar noktasının elde edilmesi olasıdır. LoG yöntemi ile doğrudan doğruya görüntünün laplasyenini almaktansa görüntünün bir Gaussian fonksiyonu ile konvolüsyona tabi tutup daha sonra laplasyenini hesaplamak daha mantıklı bir yol olarak görünmektedir. Bu aşamada, konvolüsyon ve laplasyenin doğrusallık özelliğinden faydalanılmaktadır. Bu amaç için kullanılan 2-B Gaussian fonksiyonu

Dr. Aydın Kızılkaya

$$h(x,y) = e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)} \tag{4.21}$$

biçiminde tanımlı olup, burada x ve y görüntü koordinatlarına σ ise Gaussian fonksiyonun standart sapmasına ve dolayısıyla Gaussian süzgecin kesim frekansına karşı düşmektedir. Büyük σ değerleri için (4.21) eşitliği düşük kesim frekanslı Gaussian fonksiyonuna karşı düşecektir ki bunun sonucu olarak görüntü ile Gaussian fonksiyonunun konvolüsyonundan elde edilen görüntüde bulanıklaşma etkisi daha fazla olacaktır. Bu anlamda, görüntü üzerine bölgesel olarak uygulanacak Gaussian süzgecin boyutu, seçilen σ değerlerine göre değişecektir. Marr-Hildreth yöntemi ile amaçlanan, (4.21) eşitliğini kullanarak

$$\nabla^2[f(x,y) \otimes h(x,y)] \tag{4.22}$$

işlemine dayalı olarak kenar belirlemeyi gerçekleştirmektir. Konvolüsyon ve laplasyen işlemlerinin doğrusallığından faydalanarak (4.22) eşitliği

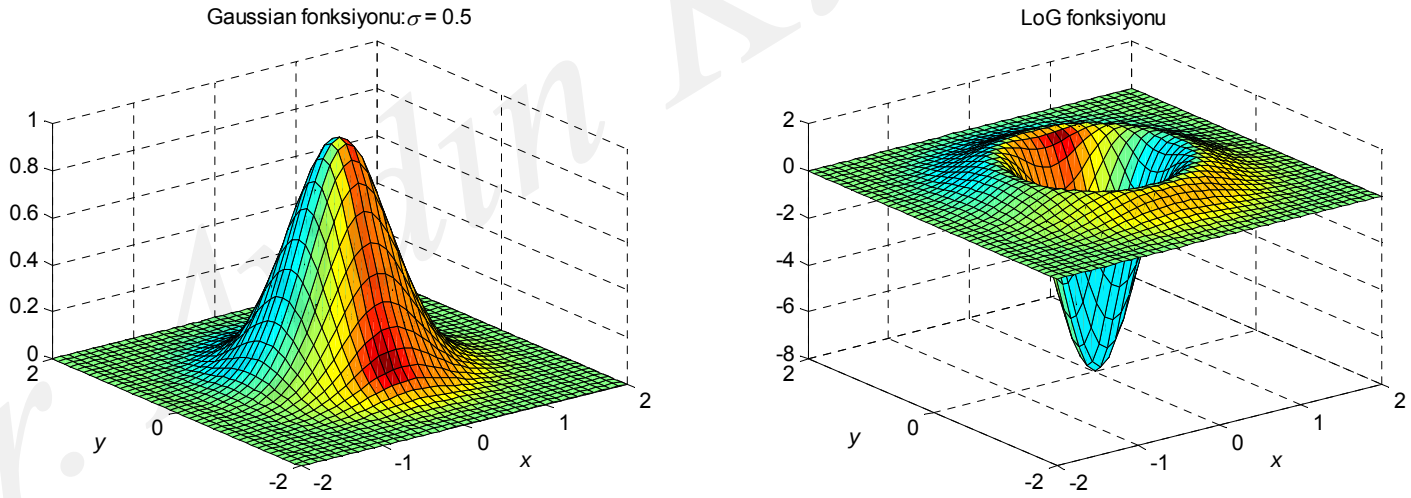
$$\nabla^2[f(x,y) \otimes h(x,y)] = f(x,y) \otimes [\nabla^2 h(x,y)] \tag{4.23}$$

biçiminde ifade edilir ki (4.21) eşitliği ile tanımlanan Gaussian fonksiyonunun laplasyeni

Dr. Aydın Kızılkaya

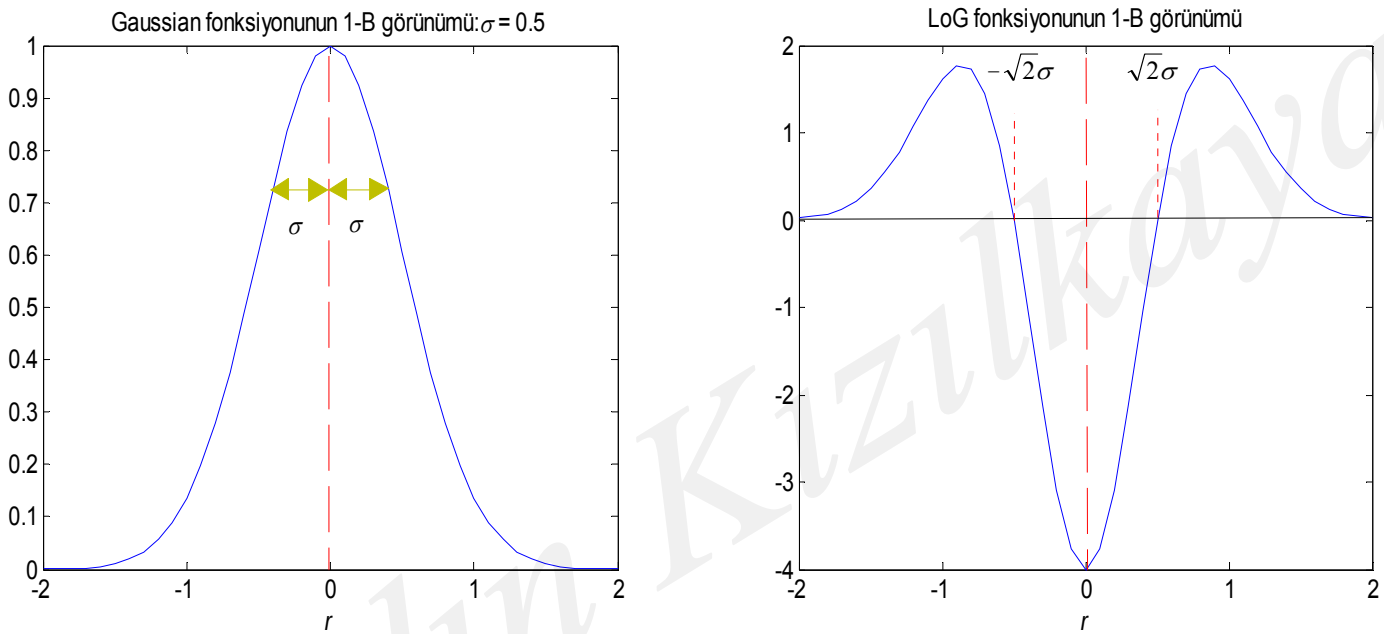
$$\nabla^2 h(x,y) = \left(\frac{r^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right) e^{-\left(\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)} \tag{4.24}$$

ile elde edilir. Burada, $r^2 = x^2 + y^2$ şeklinde tanımlıdır. (4.24) eşitliği, *LoG süzgeç impuls cevabı* veya sahip olduğu biçimden dolayı *mexican-hat kenar operatörü* olarak adlandırılır. Şekil 4.15 ve Şekil 4.16'da Gaussian fonksiyonu ve LoG fonksiyonlarının 3-B ve 1-B çizimleri gösterilmiştir.



Şekil 4.15. Gaussian fonksiyonu ve LoG fonksiyonlarının 3-B görünümleri

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.16. Gaussian fonksiyonu ve LoG fonksiyonlarının 1-B görünümleri

LoG süzgecinin gürültü hassasiyeti σ parametresi ile orantılıdır. Küçük σ değerleri için LoG süzgeci gürültüye daha hassas olacaktır. Diğer taraftan büyük σ değerleri için LoG süzgecinin gürültüye hassasiyeti daha az olacak ve sonuç olarak görüntüdeki bulanıklaşma o derece fazla olacaktır. Bunun sonucu olarak da kenar görüntüsünde, kenarların gerçek yerlerinden kaymalar meydana gelecektir.

Buna göre, Marr-Hildreth kenar belirleme algoritması aşağıdaki aşamalardan oluşacaktır:

Dr. Aydın Kızılkaya

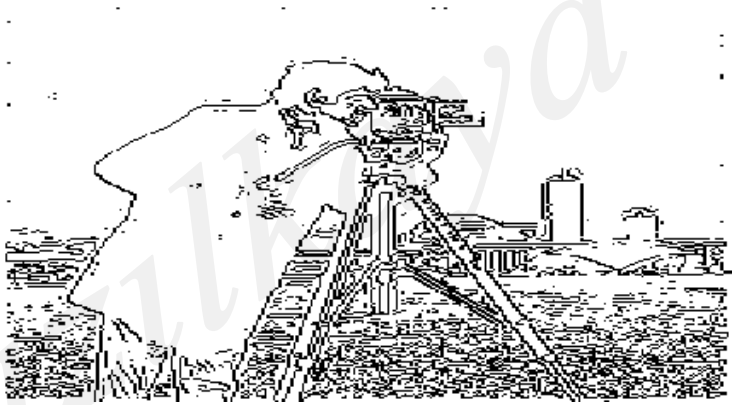
1. Seçilen σ değeri için (4.24) ile tanımlanan LoG maskesi oluşturulur. Bu anlamda LoG maskesinin büyüklüğü yaklaşık olarak 3σ olacak şekilde elde edilir.
2. LoG maskesi görüntü fonksiyonu $f(n_1, n_2)$ ile konvolüsyona tabi tutulur.
3. Adım 2'de elde edilen görüntünün sıfır geçiş noktaları bulunur ve daha önce ifade edilen yol (Bkz. Syf.200) izlenerek verilen görüntüye ilişkin kenar görüntüsüne ulaşılır.

Şekil 4.17'de, Şekil 4.14'de verilen gri-ton kameraman görüntüsünün Marr-Hildreth kenar belirleme algoritması ile değişik σ değerleri için elde edilen kenar görüntüleri gösterilmiştir. Artan σ değerlerinde, LoG süzgeci ile konvolüsyona tabi tutulan görüntüde bulanıklaşmanın artmaya başladığı görülmektedir. Şekil 4.18'de ise SNR (dB) = 10 olacak şekilde toplamsal rasgele gürültü ile etkilenmiş görüntüye Marr-Hildreth kenar belirleme algoritmasının başarımı gösterilmiştir. Bulanıklaştırma etkisinin faydasını kenar görüntüsü sonuçlarından görebilmek mümkündür.

Dr. Aydın Kızılkaya

LoG süzgeclenmis görüntü: σ =1

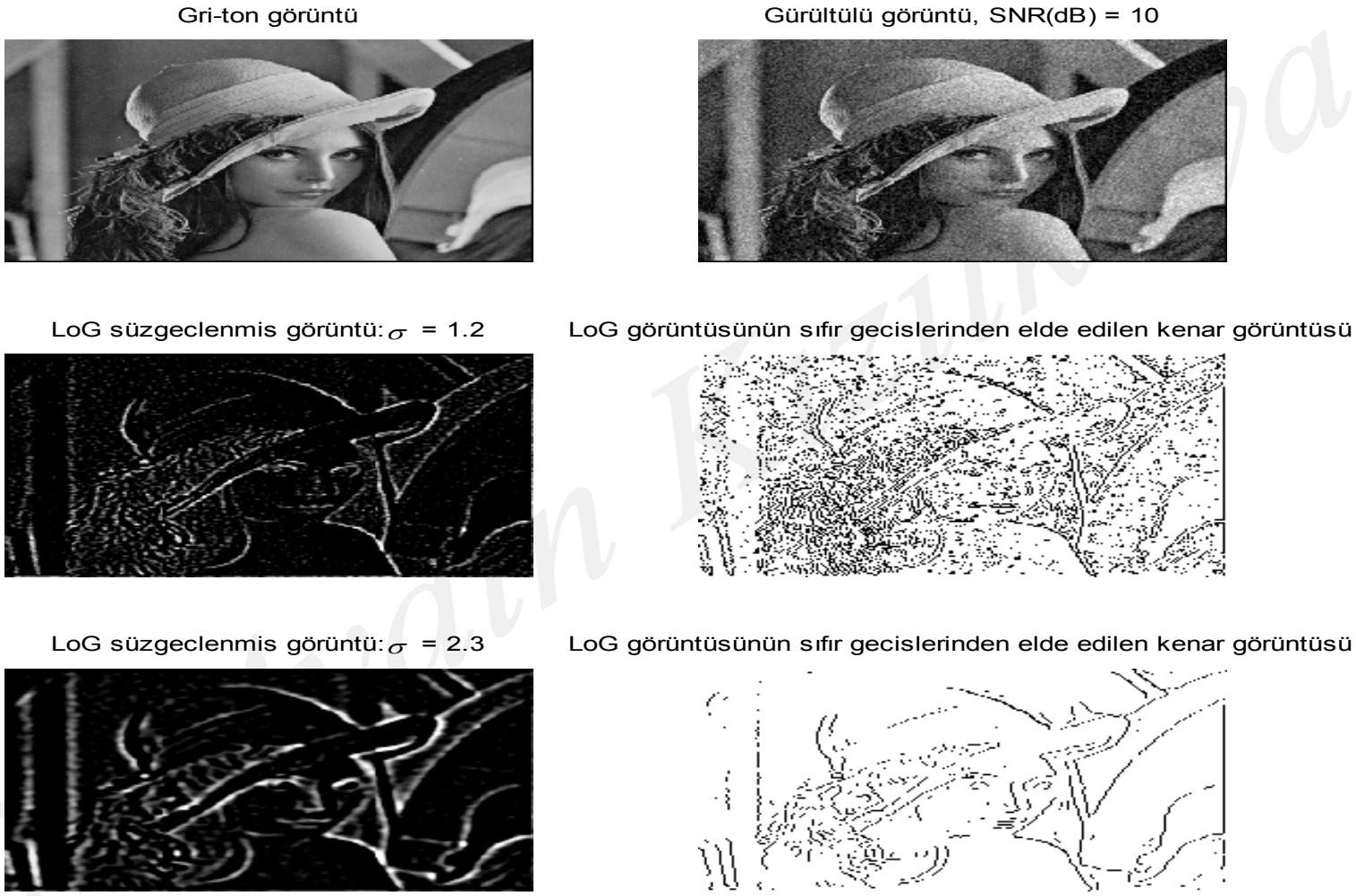
LoG görüntüsünün sıfır gecislerinden elde edilen kenar görüntüsü



LoG süzgeclenmis görüntü: σ =3

LoG görüntüsünün sıfır gecislerinden elde edilen kenar görüntüsü

Şekil 4.17. Marr-Hildreth kenar belirleme algoritması ile elde edilen kenar görüntüleri.



Şekil 4.18. Marr-Hildreth kenar belirleme algoritmasının gürültülü görüntü üzerindeki başarımı.

4.3. Bölge bölütlemesi

Görüntüdeki benzerlikleri dikkate alarak görüntünün farklı bölgelere ayrılması mümkündür. Bu çerçevede görüntü bölütleme; eşikleme (thresholding), büyütme (growing), ve yarma - kaynaştırma (split- and -merge) işlemlerine dayalı olarak gerçekleştirilir.

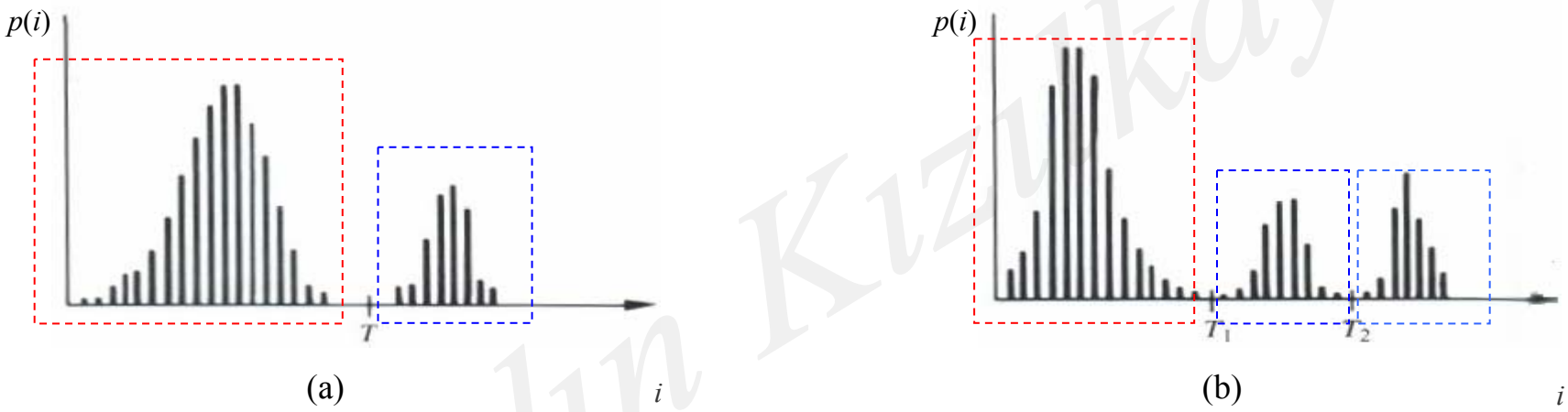
4.3.1. Eşikleme

Eşikleme, görüntü bölütleme amacı için kullanılan en önemli yaklaşımlardan birisidir. Eşikleme işleminden amaç, görüntü içerisindeki nesneleri görüntü arka planından ayırmaktır.

Eşikleme için, görüntüdeki gri seviye dağılımlarını gösteren görüntü histogramından faydalanılır. Örneğin, koyu bir arka plan üzerinde açık renkli nesnelerden oluşan $f(i, j)$ görüntüsüne ilişkin gri seviye histogramı Şekil 4.19(a)'daki biçime sahip olacaktır. Bu histograma göre, nesnelere ve arka plana ait pikseller olmak üzere, görüntüyü iki ana grupta değerlendirmek mümkündür. Bu durumda nesneleri arka plandan ayırmak için en kolay yol, histogramdan göreceli olarak belirlenen bir T eşik değeri ile görüntüdeki piksel değerlerini karşılaştırmak olacaktır. Buna göre, görüntüdeki herhangi bir (i, j) pikseli için; $f(i, j) > T$ ise (i, j) pikseli nesneye ait bir nokta, $f(i, j) \leq T$ ise (i, j) pikseli arka plana ait bir nokta olacaktır. Diğer taraftan, görüntüye ilişkin histogram Şekil 4.19(b)'deki gibi ikisi nesneye biri de arka plana ait olmak üzere üç gri seviye grubundan oluşabilir. Buna göre

Dr. Aydın Kızılkaya

görüntüdeki herhangi bir (i, j) pikseli için; $T_1 < f(i, j) \leq T_2$ aralığındaki pikseller bir nesneye, $f(i, j) > T_2$ aralığındaki pikseller diğer bir nesneye ve $f(i, j) \leq T_1$ aralığındaki pikseller de görüntü arka planına karşı düşecektir.



Şekil 4.19. Tek bir eşik değeri ve birden çok (çoklu) eşik değeri ile bölmelenen gri seviye histogram biçimleri

Şekil 4.19(b)'deki gibi verilen çoklu eşikleme işlemi genel olarak tek bir eşik değeri ile görüntüyü eşiklemekten daha az güvenilirdir. Bunun nedeni, birden fazla bölgeyi etkili bir biçimde bölütleyen eşik değerlerinin belirlenmesindeki zorluktur. Tipik olarak bu yapıdaki eşikleme problemleri, bölgesel olarak değişen eşik değerlerinin belirlenmesi ile çözülebilir. Bu anlamda en genel olarak eşik değeri, fonksiyon olarak

Dr. Aydın Kızılkaya

$$T = T\,[x, y, f(x,y), p(x,y)] \tag{4.25}$$

ile verilir. Burada $f(x,y)$, (x,y) noktasındaki gri seviye olup $p(x,y)$ ise bu noktanın bazı bölgesel özelliklerini belirtir – örneğin bu özellik (x,y) noktasının komşuluğundaki piksel gri seviye değerlerinin ortalaması olabilir. Eşiklenmiş bir $g(x,y)$ görüntüsü

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & ; \quad eger \;\; f(x,y) > T \\ 0 & ; \quad eger \;\; f(x,y) \le T \end{cases} \tag{4.26}$$

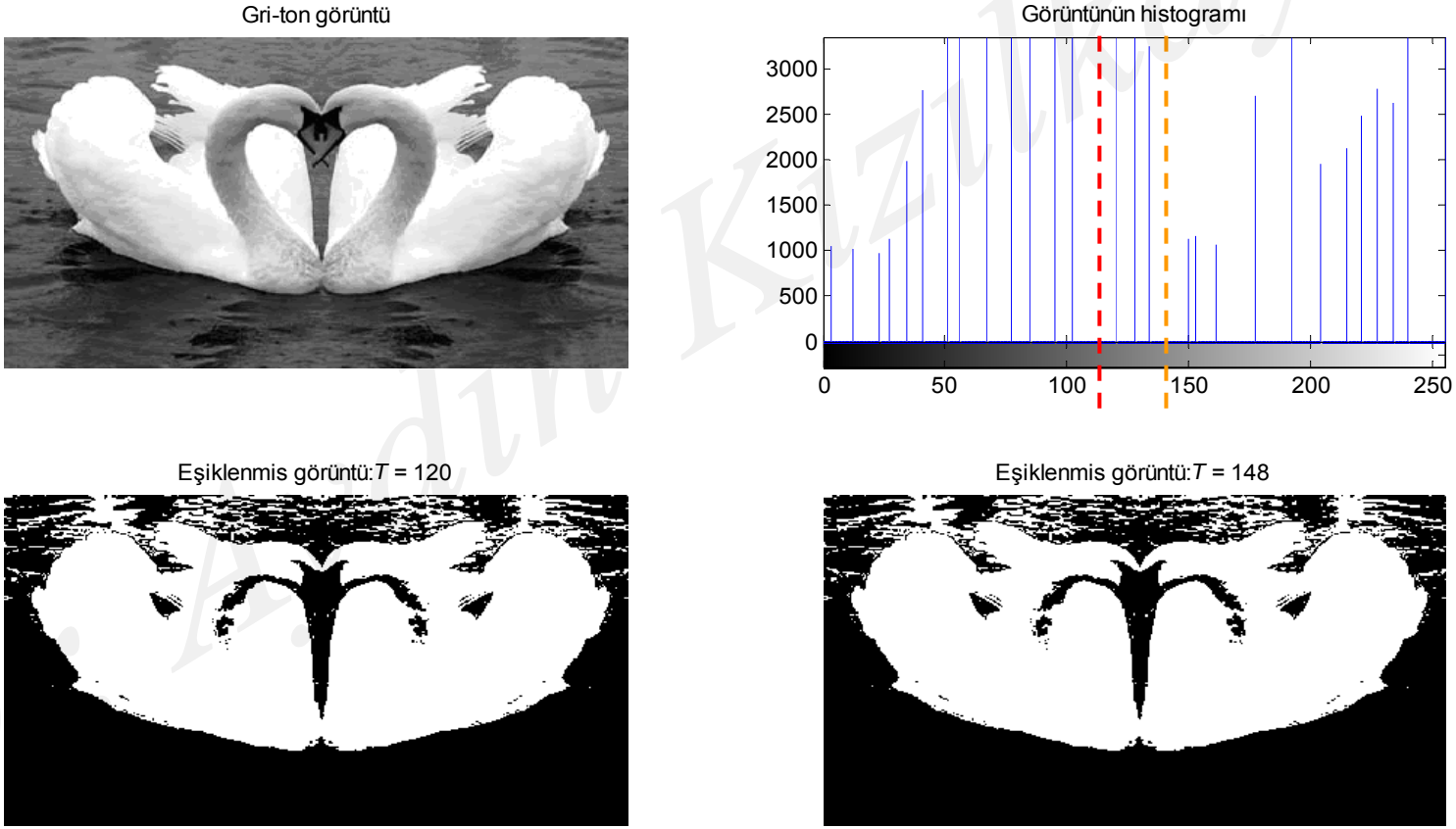
biçiminde tanımlanır. Buna göre, 1 ile etiketlenen pikseller nesneye, 0 ile etiketlenenler ise arka plana karşı düşer. Eğer ki T sadece $f(x,y)$'ye bağlı ise bu durumda (4.25) eşitliği ile belirlenen eşik değeri *bütünsel (global) eşik* olarak adlandırılır. Şekil 4.19(a), böyle bir eşik değerine örnektir. Eğer T hem $f(x,y)$ hem de $p(x,y)$'ye bağlı ise bu durumda (4.25) ile belirlenen eşik değeri *bölgesel (local) eşik* olarak adlandırılır. Buna ek olarak, Eğer T, x ve y uzaysal koordinatlarına bağlı ise bu durumda (4.25) ile belirlenen eşik değeri *dinamik eşik* olarak adlandırılır.

4.3.1.1. Bütünsel (Global) Eşikleme

Tüm eşikleme tekniklerinin en basiti, Şekil 4.19(a)'da da gösterildiği gibi tek bir eşik değeri kullanarak görüntü histogramını ve dolayısıyla görüntüyü bölütleme işlemidir.

Dr. Aydın Kızılkaya

Bu tip bölütleme, (4.26) eşitliğini dikkate alarak, görüntüdeki piksellerin nesne veya arka plan olarak etiketlendirilmesi ile sonuçlanır. Bu bölütleme yönteminin başarısı, görüntü histogramının iyi bir biçimde bölmelenmesine bağlıdır. Şekil 4.20'de bütünsel eşikleme işlemi sonucu elde edilen görüntü sonuçları verilmiştir.



Şekil 4.20. Bütünsel eşikleme sonucu elde edilen görüntüler

Dr. Aydın Kızılkaya

Bütünsel eşiklemenin uygulanacağı görüntülerde, aydınlatmanın önemli bir payı vardır. Şöyle ki, farklı aydınlatmalara maruz kalmış nesnenin bütünsel eşikleme sonucunda üreteceği ikili görüntüler farklı olacaktır. Bu çerçeveden bakıldığında, büyük oranda kontrol edilebilen ortamlara bütünsel eşiklemenin başarıyla uygulanabileceği açıktır. Bütünsel eşiklemenin kullanılabileceği alanlar, endüstriyel muayene uygulamaları olarak verilebilir çünkü bu tür uygulamalarda aydınlatmanın kontrol edilebilmesi genellikle mümkündür.

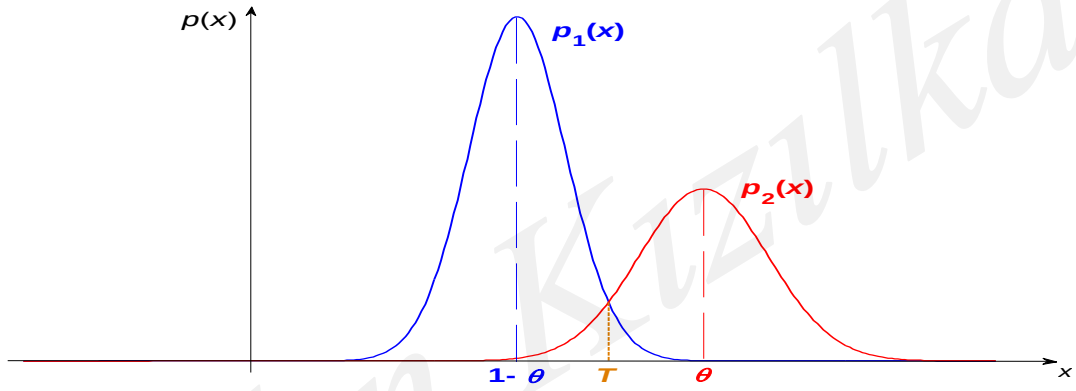
4.3.1.2. En iyi yaklaşımla (Optimal) Eşikleme

Bir görüntünün sadece iki temel parlaklık bölgesinden oluştuğu varsayılırsa böyle bir görüntüye ilişkin histogram, parlaklık olasılık yoğunluk fonksiyonu $p(z)$'in kestiriminde kullanılabilir. Bu olasılık yoğunluk fonksiyonu, biri koyu diğeri de açık olmak üzere iki parlaklık bölgesine ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonlarının bir toplamı veya karışımı olacaktır. Karışım parametreleri, her bir parlaklık bölgesinin alanı ile orantılıdır. Eğer ki bu parlaklık bölgelerini temsil eden yoğunluk fonksiyonlarının biçimi bilinirse veya bu fonksiyonlar üzerinde bir varsayım yapılırsa, görüntüyü iki parlaklık bölgesine ayırmak için gerekli olan en iyi (optimum) eşik değerini en küçük hata ile tanımlamak mümkün olacaktır. Bir görüntünün toplamsal Gauss gürültüsü ile birleştirilmiş iki değerden oluştuğunu varsayarak, $p_1(z)$ arka plana ve $p_2(z)$ nesneye ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları ile temsil edilirse karıştırılmış olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$p(z) = (1 - \theta)\, p_1(z) + \theta\, p_2(z) \tag{4.27}$$

Dr. Aydın Kızılkaya

ile verilir. Burada θ, görüntü içerisinde nesneye ilişkin piksellerin var olma olasılığına karşı düşer. Şekil 4.21'de Gaussian olasılık yoğunluk fonksiyonları ile karakterize edilen bir görüntü histogramı örneği verilmiştir.



Şekil 4.21. Görüntü histogramının iki olasılık dağılım fonksiyonu ile modellenmesi

Bu şekilden de yararlanarak, bir nesne noktasının yanlışlıkla arka plan noktası olarak sınıflandırılma olasılığı,

$$E_1(T) = \int_{-\infty}^{T} p_2(z)dz \tag{4.28}$$

ile verilir. Benzer şekilde bir arka plan noktasının yanlışlıkla nesneye ait nokta olarak sınıflandırılma olasılığı,

Dr. Aydın Kızılkaya

$$E_2(T) = \int_T^{\infty} p_1(z)dz \tag{4.29}$$

olacaktır. Buna göre toplam hata olasılığı

$$E(T) = \theta E_1(T) + (1-\theta)E_2(T) \tag{4.30}$$

olur. Bu hatayı en küçükleyen eşik değeri T, $E(T)$'nin T'ye göre türevinin sıfıra eşitlenmesi ile bulunur.
(4.28) ve (4.29) eşitliklerinden de görüldüğü üzere integraller z değişkeni üzerinden tanımlıdır. Bu integrallerin T değişkenine göre türevini elde edebilmek için aşağıdaki gibi tanımlanan *Leibnitz kuralı*'ndan faydalanılır:
Leibnitz kuralı: Bir parametreye göre bir integral eşitliğinin türevi

$$I(\lambda) = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} f(x;\lambda)dx \tag{4.31a}$$

$$\frac{dI(\lambda)}{d\lambda} = \frac{db(\lambda)}{d\lambda} f(b(\lambda);\lambda) - \frac{da(\lambda)}{d\lambda} f(a(\lambda);\lambda) + \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} \frac{df(x;\lambda)}{d\lambda} dx \tag{4.31b}$$

(4.31) eşitliğinden faydalanarak, $E(T)$'nin T'ye göre türevinin sıfıra eşitlenmesi ile

Dr. Aydın Kızılkaya

$$\theta\, p_2(T) = (1-\theta)\, p_1(T) \tag{4.32}$$

sonucuna ulaşılır ki bu eşitliğin çözümü en küçük hata ile en iyi eşik değerini üretir. Ancak bunun için görüntüye ilişkin histogramı yaklaşık olarak modelleyen olasılık dağılım fonksiyonlarının ve θ değerinin tamamen bilinmesi gerekir. Bu açıdan bakıldığında (4.32) eşitliği optimum bir eşik değerinin elde edilmesi için en genel ifadedir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonlarının (pdf) Gaussian olması durumunda,

$$p_i(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i} e^{-\left(\frac{z-\mu_i}{\sqrt{2}\sigma_i}\right)^2}, \qquad i = 1, 2 \tag{4.33}$$

olacaktır. Burada, μ_i parlaklık bölgesinin ortalama değerine; σ_i Ortalama civarındaki standart sapmaya karşı düşer. (4.32) eşitliğinde (4.33) yerine konursa,

$$\frac{\theta}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_2} e^{-\left(\frac{T-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma_2}\right)^2} = \frac{1-\theta}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1} e^{-\left(\frac{T-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma_1}\right)^2} \tag{4.34}$$

yazılır. (4.34) eşitliğinin her iki yanının doğal logaritması alınıp düzenleme yapılırsa,

Dr. Aydın Kızılkaya

$$(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)T^2 + 2(\mu_1\sigma_2^2 - \mu_2\sigma_1^2)T + \sigma_1^2\mu_2^2 - \sigma_2^2\mu_1^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln\left[\frac{(1-\theta)\sigma_2}{\theta\sigma_1}\right] = 0 \tag{4.35}$$

şeklinde ikinci dereceden bir polinoma ulaşılır. Bu polinomun iki kökü vardır ki bu kökler optimum eşik değerlerine karşı düşer. Bu değerlerden anlamlı olanı seçilerek görüntü üzerinde eşikleme işlemi gerçekleştirilir.

Özel bir durum olarak, eğer $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ise (4.35) eşitliğinden

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2}\ln\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) \tag{4.36}$$

elde edilir. Buna ek olarak, eğer $\theta = ½$ veya $\sigma = 0$ ise bu durumda (4.36) eşitliği aşağıdaki biçime dönüşür:

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \tag{4.37}$$

Diğer taraftan, (4.27)-(4.32) ile verilen en küçük hata ile eşik belirleme yönteminin bazı sakıncaları vardır. Bu sakıncalar aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Dr. Aydın Kızılkaya

1- Nesneye veya arka plana ait piksellerin olasılığını yani θ'yı önceden bilmek gerekir.
2- Nesne ve arka plana ilişkin dağılımların (olasılık yoğunluk fonksiyonu) bilinmesi gerekir. Bu dağılımlara (4.33)'de yapıldığı gibi normal dağılım fonksiyonları ile yaklaşmak mümkündür. Ancak böyle bir durumda bile, optimum eşik değerinin elde edilebilmesi için her bir dağılıma ilişkin μ ve σ parametrelerinin kestirilmesi gerekir.

Tüm bu olumsuzlukların üstesinden gelen ve görüntüye ilişkin nesne ve arka plan ile ilgili herhangi bir olasılık dağılım fonksiyonu belirlemeye ihtiyaç duymayan yöntemle ilgili bir çalışma 1979 yılında Otsu[†] tarafından gerçekleştirilmiştir. Daha önce verilen yöntemden farklı olarak Otsu tarafından önerilen algoritma doğrudan doğruya ayrık bölgede geliştirilmiştir.

Otsu eşik belirleme algoritması:

Toplam L gri seviyeden oluşan bir görüntünün her bir gri seviye değeri x ile temsil edilecek olursa bu gri seviye değerinin görüntü içerisindeki sayısının toplam piksel sayısına oranı $p(x)$ ile ifade edilir ki $p(x)$ fonksiyonu aynı zamanda görüntüye ilişkin normalize histograma karşı düşer.

Bu çerçevede, t eşik değeri olarak seçilecek olursa, arka plan olarak sınıflandırılacak olan piksel grubunun görüntüde bulunma olasılığı

[†] N. Otsu, 1979. "A threshold selection method from gray level histograms", IEEE Trans. Syst. Man. Cyber., vol. SMC-9, pp. 62-66.

Dr. Aydın Kızılkaya

$$\theta(t) = \sum_{x=1}^{t} p(x) \tag{4.38}$$

ile verilir. Diğer taraftan, nesneye ilişkin pikseller olarak sınıflandırılacak olan piksel grubunun görüntüde bulunma olasılığı

$$1 - \theta(t) = \sum_{x=t+1}^{L} p(x) \tag{4.39}$$

olacaktır. Arka plan ve nesneye ilişkin piksellerin gri seviyelerinin ortalama değerleri ise, sırasıyla aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\mu_b = \frac{\sum_{x=1}^{t} xp(x)}{\sum_{x=1}^{t} p(x)} = \frac{\mu(t)}{\theta(t)} \tag{4.40}$$

$$\mu_o = \frac{\sum_{x=t+1}^{L} xp(x)}{\sum_{x=t+1}^{L} p(x)} = \frac{\sum_{x=1}^{L} xp(x) - \sum_{x=1}^{t} xp(x)}{1 - \theta(t)} = \frac{\mu - \mu(t)}{1 - \theta(t)} \tag{4.41}$$

(4.41) eşitliğindeki μ, bütün bir görüntüdeki gri seviyelerin ortalamasını belirtir.

Dr. Aydın Kızılkaya

(4.38) ve (4.39)'dan yararlanarak, arka plan ve nesneye ait piksellerin gri seviyeleri ile ilgili varyanslar

$$\sigma_b^2 = \frac{\sum_{x=1}^{t}(x-\mu_b)^2 p(x)}{\sum_{x=1}^{t} p(x)} = \frac{1}{\theta(t)}\sum_{x=1}^{t}(x-\mu_b)^2 p(x) \tag{4.42}$$

$$\sigma_o^2 = \frac{\sum_{x=t+1}^{L}(x-\mu_o)^2 p(x)}{\sum_{x=t+1}^{L} p(x)} = \frac{1}{1-\theta(t)}\sum_{x=t+1}^{L}(x-\mu_o)^2 p(x) \tag{4.43}$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Görüntüdeki piksellerin dağılımının toplam varyansı ise,

$$\sigma_T^2 = \sum_{x=1}^{L}(x-\mu)^2 p(x) \tag{4.44}$$

ile verilir. (4.44) eşitliği aşağıdaki gibi iki kısmın toplamı biçiminde de ifade edilebilir:

$$\sigma_T^2 = \sum_{x=1}^{t}(x-\mu)^2 p(x) + \sum_{x=t+1}^{L}(x-\mu)^2 p(x) \tag{4.45}$$

Eşikle ilgili bir sonuca ulaşmak için, iki piksel grubunun (4.40) ve (4.41) ile tanımlanan istatistikleri (4.45) eşitliğine aşağıdaki gibi düzenlemeyle dahil edilir.

Dr. Aydın Kızılkaya

$$\sigma_T^2 = \sum_{x=1}^{t} (x - \mu_b + \mu_b - \mu)^2 p(x) + \sum_{x=t+1}^{L} (x - \mu_o + \mu_o - \mu)^2 p(x)$$

$$= \sum_{x=1}^{t} (x - \mu_b)^2 p(x) + \sum_{x=1}^{t} (\mu_b - \mu)^2 p(x) + 2\sum_{x=1}^{t} (x - \mu_b)(\mu_b - \mu) p(x)$$

$$+ \sum_{x=t+1}^{L} (x - \mu_o)^2 p(x) + \sum_{x=t+1}^{L} (\mu_o - \mu)^2 p(x) + 2\sum_{x=t+1}^{L} (x - \mu_o)(\mu_o - \mu) p(x) \qquad (4.46)$$

(4.46) eşitliği (4.42) ve (4.43) eşitlikleri kullanılarak yeniden düzenlenirse

$$\sigma_T^2 = \theta(t)\sigma_b^2 + (\mu_b - \mu)^2 \theta(t) + 2(\mu_b - \mu)\sum_{x=1}^{t} (x - \mu_b) p(x)$$

$$+ [1 - \theta(t)]\sigma_o^2 + (\mu_o - \mu)^2 [1 - \theta(t)] + 2(\mu_o - \mu)\sum_{x=t+1}^{L} (x - \mu_o) p(x) \qquad (4.47)$$

elde edilir. (4.47) eşitliğindeki 3.terim (4.38) ve (4.40) ile verilen tanımlardan yararlanarak

$$\sum_{x=1}^{t} (x - \mu_b) p(x) = \sum_{x=1}^{t} x p(x) - \mu_b \sum_{x=1}^{t} p(x) = \mu_b \theta(t) - \mu_b \theta(t) = 0$$

Dr Aydın Kızılkaya

bulunur. Benzer şekilde (4.47) eşitliğindeki son terim (4.39) ve (4.41) ile verilen tanımlardan yararlanarak

$$\sum_{x=t+1}^{L}(x-\mu_o)p(x)=\sum_{x=t+1}^{L}xp(x)-\mu_o\sum_{x=1}^{t}p(x)=\mu_o[1-\theta(t)]-\mu_o[1-\theta(t)]=0$$

bulunur ki sonuç olarak (4.47) eşitliği

$$\sigma_T^2=\underbrace{\theta(t)\sigma_b^2+[1-\theta(t)]\sigma_o^2}_{\sigma_W^2(t)}+\underbrace{(\mu_b-\mu)^2\theta(t)+(\mu_o-\mu)^2[1-\theta(t)]}_{\sigma_B^2(t)} \tag{4.48}$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

- $\sigma_w^2(t)\rightarrow$ Nesne ve arka plan ile ilgili her bir pikseller grubu içerisindeki varyans (Within-class variance)
- $\sigma_B^2(t)\rightarrow$ Nesne ve arka plan ile ilgili her bir pikseller grubu arasındaki varyans (Between-class variance)

ifade etmektedir.

(4.48)'den, nesne ve arka planı birbirinden en iyi şekilde ayırabilecek olan *t* eşik değeri, nesneleri temsil eden pikseller grubu ile arka planı temsil eden pikseller grubu <u>arasındaki</u> varyansı ($\sigma_B^2(t)$'yi) en büyükleyecek ve dolayısıyla bu pikseller grubu içerisindeki varyansı ($\sigma_W^2(t)$'yi) en küçükleyecek şekilde belirlenmelidir.

Dr. Aydın Kızılkaya

(4.40) ve (4.41)'deki eşitliklerden yararlanarak $\sigma_B^2(t)$ üzerinde inceleme yapılırsa,

$$\sigma_B^2(t) = \left[\frac{\mu(t)}{\theta(t)} - \mu\right]^2 \theta(t) + \left[\frac{\mu - \mu(t)}{1-\theta(t)} - \mu\right]^2 [1-\theta(t)]$$

$$= \frac{[\mu(t) - \mu\theta(t)]^2}{\theta(t)} + \frac{[\mu - \mu(t) - \mu + \mu\theta(t)]^2}{1-\theta(t)}$$

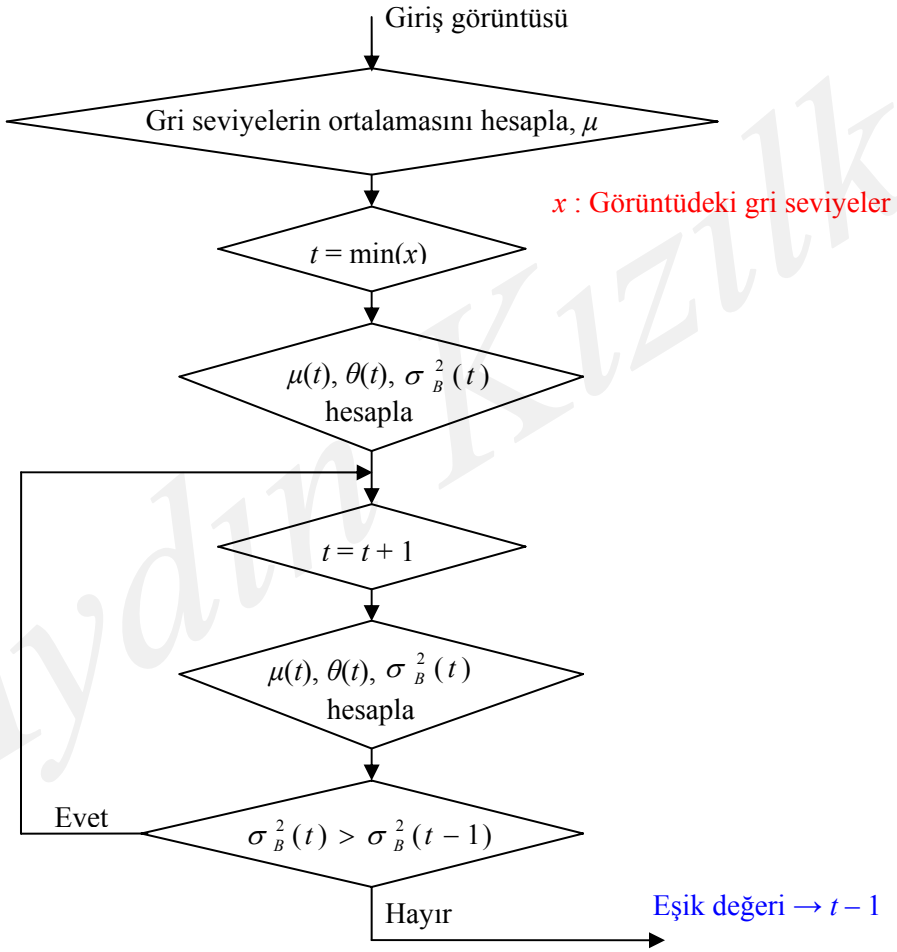
$$= \frac{[\mu(t) - \mu\theta(t)]^2}{\theta(t)[1-\theta(t)]} \tag{4.49}$$

sonucuna ulaşılır. (4.49) eşitliğine göre,

- L gri seviyeden oluşan bir görüntü için μ değeri $\mu = \sum_{x=1}^{L} xp(x)$ ile bir defalığına hesaplanır.
- Görüntüdeki değer olarak küçük olan gri seviye değerinden başlayarak her bir gri seviye değeri t eşik değerleri olarak seçilerek $\mu(t) = \sum_{x=1}^{t} xp(x)$ ve $\theta(t) = \sum_{x=1}^{t} p(x)$ değerleri hesaplanır ve (4.49) eşitliğinde yerine konarak $\sigma_B^2(t)$ değeri elde edilir. Ne zaman ki hesaplanan $\sigma_B^2(t)$ değerleri bir önceki $\sigma_B^2(t)$ değerinden küçük olursa o zaman hesaplama işlemi durdurulur. Böylece $\sigma_B^2(t)$'yi en büyük yapan t eşik değerleri, bir önceki hesaplamada kullanılan gri seviye değeri olarak belirlenir.

Dr. Aydın Kızılkaya

Şekil 4.22'de (4.49) eşitliğini dikkate alarak Otsu eşik belirleme algoritmasının akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 4.22. Otsu eşik belirleme algoritmasının akış diyagramı

Dr. Aydın Kızılkaya

Otsu eşik belirleme algoritmasının eksik yanları:

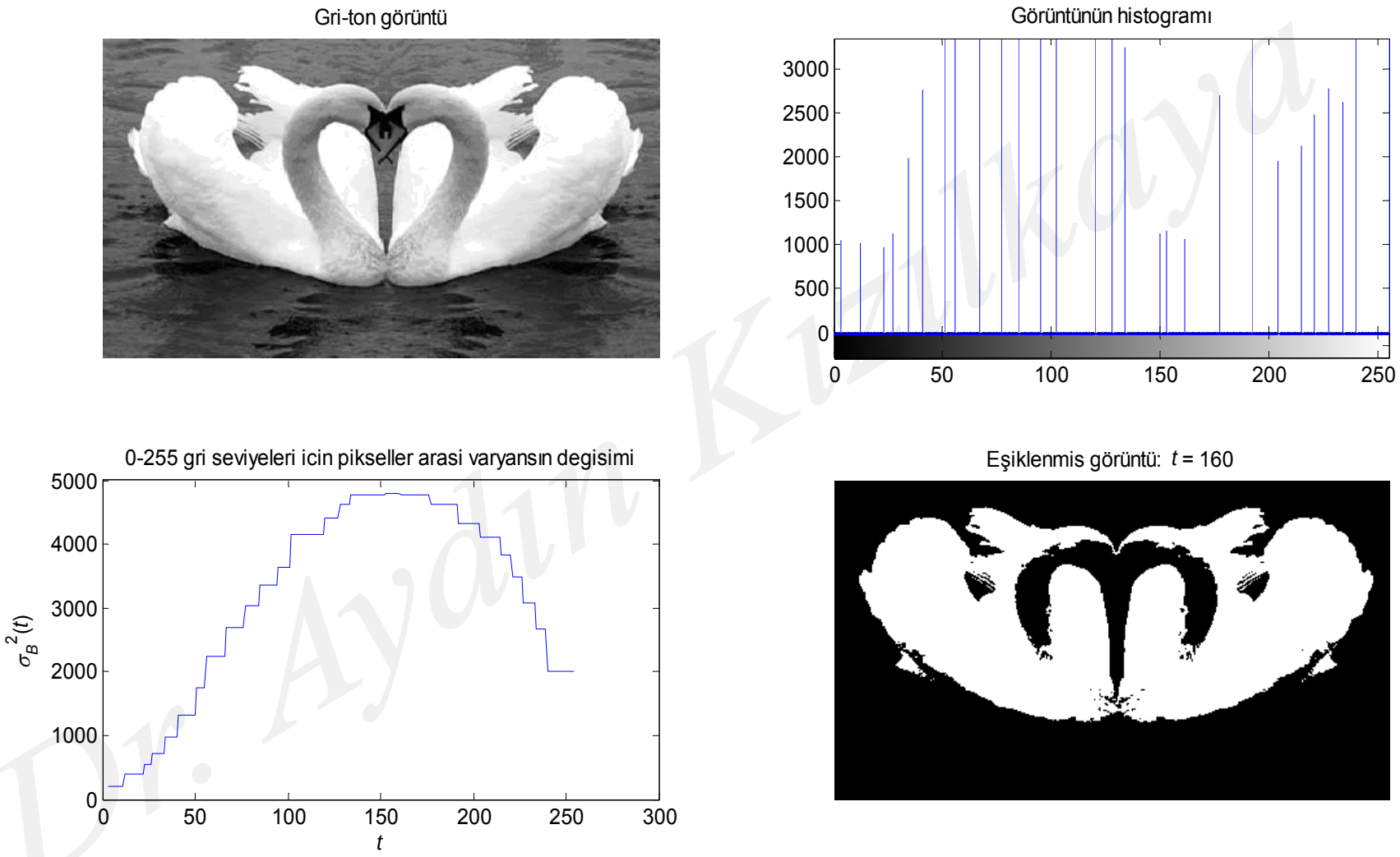
1- Yöntem, nesne ve arka plan ile ilgili olasılık yoğunluk fonksiyonları $p_o(x)$ ve $p_b(x)$ hakkında herhangi bir varsayım gerektirmemesine rağmen, sadece ortalama ve varyansları kullanarak bunların tanımlanmasını sağlar. Ancak bu istatistikler nesne ve arka plana ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını tam olarak karşılamayabilir.

2- Nesne ve arka plan ile ilgili piksel dağılımlarının birbirinden belirgin bir şekilde ayrılabilir olduğu durumlarda yöntem aksar. Büyüklük olarak nesne ve arka plan ile ilgili piksel dağılımları birbirinden çok farklı olduğunda, $\sigma_B^2(t)$ birden fazla maksimuma sahip olabilir ve doğru eşik değerini tam olarak belirlemek mümkün olmayabilir. Böyle bir durumda son maksimumun oluştuğu eşik değeri eşik olarak seçilebilir. Çünkü histogram olarak düşünüldüğünde, nesnenin arka plandan tam olarak ayrıldığı $\sigma_B^2(t)$ 'yi en büyük yapan son gri seviye değerini eşik olarak seçmek mantıklı olacaktır.

3- Yukarıda sunulan yöntem görüntü histogramının iki piksel grubundan oluştuğu varsayımına dayalı olarak türetilmiştir. Eğer ki görüntü içerisinde ikiden fazla piksel grubu mevcut ise bu durumda yöntemin çoklu eşiklemeyi sağlayacak eşik değerlerinin elde edilmesi için yeniden türetilmesi gerekir.

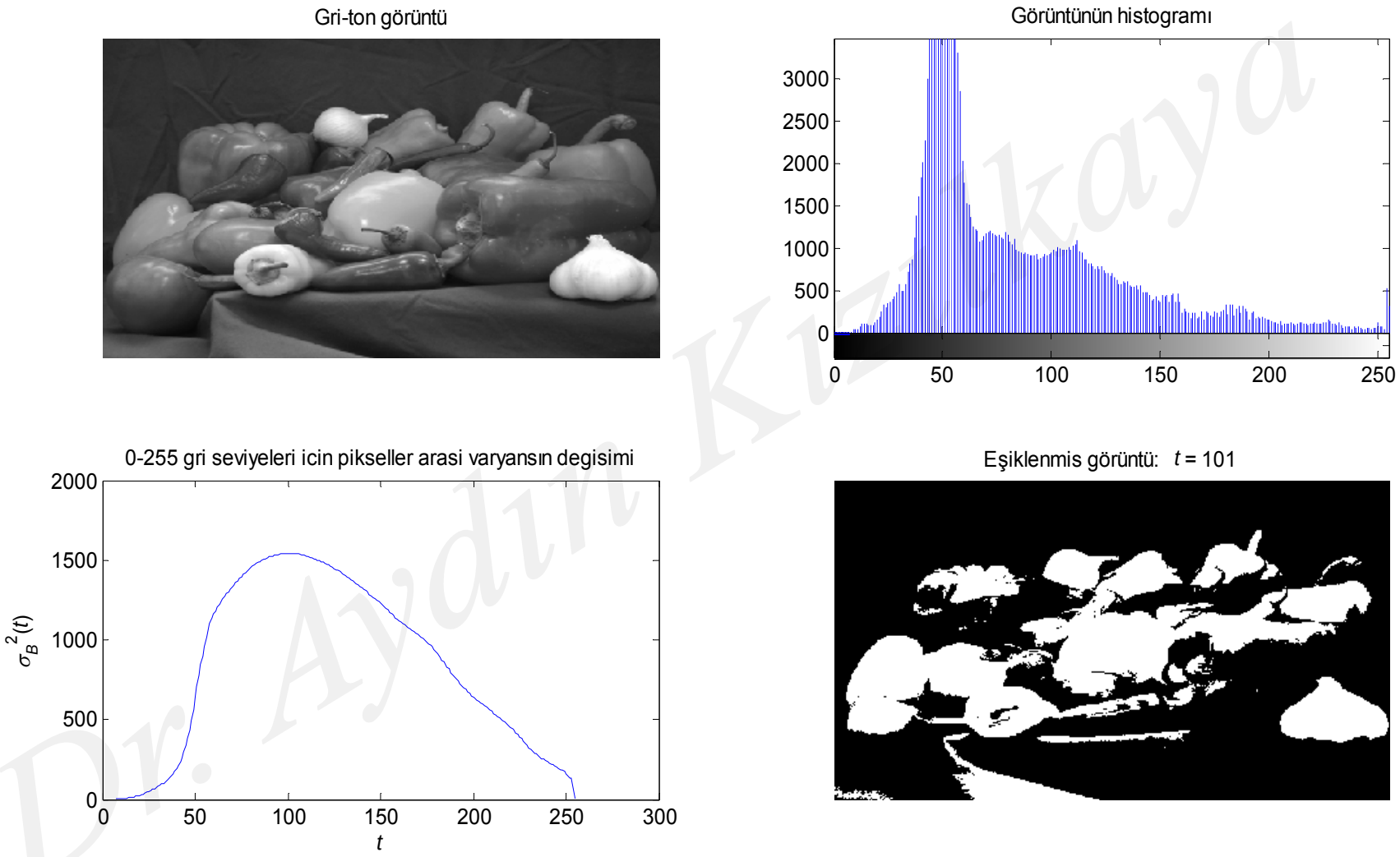
Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'de, gri-ton görüntüler üzerine Otsu eşik belirleme yönteminin uygulanması sonucu belirlenen optimum eşik değerleri ile eşiklenmiş görüntü sonuçları gösterilmiştir. Şekil 4.23'deki görüntü için $\sigma_B^2(t)$ 'yi maksimum yapan birden fazla eşik değeri elde edilmiştir. Bu eşik değerlerinin t = {153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160} olduğu gözlenmiştir. Yukarıdaki düşünceye dayalı olarak t = 160 olarak alınmıştır.

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.23. Otsu eşikleme algoritması ile eşikleme sonucu elde edilen görüntüler

Dr. Aydın Kızılkaya



Şekil 4.24. Otsu eşikleme algoritması ile eşikleme sonucu elde edilen görüntüler

Dr. Aydın Kızılkaya